BERICHTE UND MITTEILUNGEN

DIE ENTROPIEMAXIMIERUNG VON A. G. WILSON: KRITISCHE THESEN ZUR GÜLTIGKEIT EINER INTERAKTIONSTHEORIE*)

Mit 3 Abbildungen

RALF KLEIN

Summary: The entropy-maximizing method of A. G. WILSON: critical theses on the validity of an interaction theory

The entropy-maximizing framework is known as an important concept in developing the theory of interaction. Although this technique was already introduced by WILSON in 1967, it is still today the most accepted theory for macroanalytic interaction models and is widely used in science and practice. After a short description of the derivation of the double-constrained model, three fundamental parts of the entropy-maximizing method not only valid for the basic model but for all derivatives are picked out for a detailed analysis: the family of gravity models, the use of different cost functions and the analogy with thermodynamics.

It is shown that the derivation of the double-constrained case alone can be regarded as valid, but it is impossible to derive the other members of the family of models. WILSON's reformulation of the derived cost function as ‚net benefit' is not part of the optimization process and is therefore not consistent with the entropy-maximizing framework. Apart from this, the mathematical treatment is incorrect. The use of different cost functions is not admissible, because the result of the optimization process is one specific cost function, the negative exponential, which is based on the partial derivation of the third constraint equation about the total cost C. Any change of the cost function implies a modification of the constraint equation. So the process is turned upside down.

The third part of the analysis, the analogy with thermodynamics, shows that the analogy is not true. It is not adequate to compare the movement of gas molecules with human behaviour because people do not tend to spread out regularly over the whole system to get a state of maximum disorder. Indeed, the decision behaviour depends only on the alternative destinations and not on the other origins or the whole system respectively. Finally some empirical examples are explained. The functional relationship between the input parameter total cost C and the spatial impedance factor ß proves to be quite insensitive over a wide range and becomes very sensitive near the cost minimum. The consequences of this relationship are illustrated by cartographic figures.

As the result of the analysis it can be stated that, in contrast to the sophisticated approach, there are too many deficiencies in WILSON's entropy-maximizing concept to retain the validity of this interaction theory any longer.

1 *Einleitung*

Jedem, der sich nicht nur mit der Anwendung von Interaktionsmodellen beschäftigt, sondern auch mit ihrem Zustandekommen und ihren theoretischen Grundlagen, dürfte das Verfahren der Entropiemaximierung, das A. G. WILSON vor über zwanzig Jahren einführte (WILSON 1967), geläufig sein. Warum also ein Aufsatz zu diesem Thema? Ist nicht schon genug darüber geschrieben worden, und gilt nicht die Entropiemaximierung als ein Verfahren zur Ermittlung räumlicher Interaktionen als weithin akzeptiert? Diese allgemeine Akzeptanz äußert sich in der Aktualität, die WILSONS Ansatz besitzt. WILSON stellt in ‚Mathematical Methods in Human Geography and Planning' (WILSON u. BENNETT 1985) die Herleitung von Interaktionsmodellen nach dem Entropiekonzept in exakt der gleichen Form vor wie bereits in ‚A Statistical Theory of Spatial Distribution Models' (WILSON 1967). Auch andere Autoren beschreiben die Entropiemaximierung als theoretische Basis für Interaktionsmodelle (THOMAS u. HUGGETT 1980, SCHWARZ 1981). Bei der Beschäftigung mit der Theorie räumlicher Interaktionen muß derzeit davon ausgegangen werden, daß im Bereich makroanalytischer Interaktionsmodelle die Entropiemaximierung als das Konzept mit dem größten theoretischen Fundament angenommen wird. Hinzu kommt eine entsprechend weite Verbreitung der Anwendung dieser Verfahren durch Forschungseinrichtungen und -unternehmen.

---

*) Die hier ausgeführten Thesen wurden auf dem 47. Deutschen Geographentag 1989 in Saarbrücken vorgestellt.

2 *Das makroanalytische Interaktionsmodell*

Makroanalytische Modelle gehen von Aggregaten aus, während der Gegenstand mikroanalytischer Betrachtung das Individuum ist. Der makroanalytische Ansatz eines Interaktionsmodells ist die Bestimmung von Interaktionen zwischen Orten, wobei diese Orte Aggregate von Individuen sind.

Zunächst ist zwischen zwei Gruppen von Orten zu unterscheiden: den Quellorten und den Zielorten. Als Beispiel für eine Interaktion soll hier eine Handelsbeziehung zwischen den Orten gelten. Kennzeichnendes Merkmal für den Quellort ist eine bestimmte Menge an finanziellen Mitteln, die Kaufkraft, die zum Erwerb von Gütern zur Verfügung steht. Der Handel an sich, d. h. der Tausch von Geldmitteln und Gütern, findet am Zielort statt. Dieser Zielort ist also durch die eingenommenen Geldmittel gekennzeichnet. Die Kaufkraft der Quellorte wird am Zielort gebunden, d. h. es wird ein Umsatz erzielt. Sind sowohl Informationen über die Quellorte vorhanden (Kaufkraft) als auch über die Zielorte (Umsatz), handelt es sich um ein *beidseitig-beschränktes Modell* (vgl. Abb. 1). Sind nur Informationen entweder über die Quellorte oder über die Zielorte vorhanden, d. h. ist nur *eine* Randverteilung der Matrix bekannt, spricht man von einem *einseitig-beschränkten Modell.* Ein *unbeschränktes Modell* liegt vor, wenn keine Informationen über die Randverteilungen verfügbar sind. Dieser Fall hat praktisch keine Bedeutung.

	D_1	....	D_j	....	D_m
O_1	T_{11}	....	T_{1j}	....	T_{1m}
⋮	⋮		⋮		⋮
O_i	T_{i1}	....	T_{ij}	....	T_{im}
⋮	⋮		⋮		⋮
O_n	T_{n1}	....	T_{nj}	....	T_{nm}

Tij: Strom von Ort i nach Ort j

Oi: 'Masse' des Quellortes (z. B. Kaufkraft)

Dj: 'Masse' des Zielortes (z. B. Umsatz)

Abb. 1: Determinanten und Interaktionsmatrix nach dem makroanalytischen Ansatz

Determinants and interaction matrix of the macroanalytic approach

3 *Wilsons Ansatz*

WILSONS Ansatz basiert auf einer Analogie zur Physik aus dem Bereich der statistischen Mechanik, die er für eine vernünftige theoretische Grundlage der Interaktionsmodelle hält. WILSON (1967, S. 255–256): „It is often argued that . . . the derivation of the gravity model is at best heuristic and based on an analogy with Newton's gravitational law in the physical sciences. The statistical theory of spatial distribution models proposed in this paper is based on an analogy with a different branch of physics, statistical mechanics, and does offer *a sound theoretical base* for the gravity model" (Hervorhebung durch den Verf.). Die Analogie zum NEWTONschen Gravitationsgesetz charakterisiert er hingegen als allenfalls heuristisch.

Die Entropiemaximierung ist ein nichtlineares Optimierungsproblem mit Gleichheitsnebenbedingungen. Die Zielfunktion betrifft die Maximierung der im System enthaltenen Entropie ($W(\{T_{ij}\})$):

$$W(\{T_{ij}\}) = \frac{T!}{\Pi_{ij}\, T_{ij}!} \rightarrow \text{Max.} \qquad (1)$$

T: Gesamtzahl aller Ströme

Außer der Zielfunktion gelten zusätzlich Nebenbedingungen, die sich auf die vorhandenen Informationen über die Orte bzw. die Randverteilungen beziehen. Hier wird zunächst auf das beidseitig-beschränkte Modell Bezug genommen, da auch WILSON diese Modellvariante als erste vorstellt und zur Ableitung weiterer Modelle verwendet. Die Berücksichtigung beider Randverteilungen in zwei Nebenbedingungen gewährleistet die Geschlossenheit des Systems. Die Form dieser Nebenbedingungen (Gleichungen 2 u. 3) ist hinlänglich aus dem Transportproblem der Linearen Optimierung bekannt (z. B. NEUMANN 1975).

$$\Sigma_j\, T_{ij} = O_i \qquad (2)$$

$$\Sigma_i\, T_{ij} = D_j \qquad (3)$$

Im Gegensatz zum Transportproblem, das mit der Kostenminimierung als Zielfunktion und den beiden genannten Nebenbedingungen vollständig beschrieben ist, sind in der von WILSON formulierten Extremwertaufgabe bis zu diesem Zeitpunkt noch keine Kosten berücksichtigt worden. Kosten sollen hier als Distanzvariable in der Form von Raumüberwindungsaufwand zwischen zwei Orten verstanden und mit c_{ij} bezeichnet werden. Im Transportproblem befindet sich diese Variable in der Zielfunktion:

$$\Sigma_{ij}\, T_{ij} \cdot c_{ij} \rightarrow \text{Min.} \qquad (4)$$

Damit ist WILSONS Ansatz der Entropiemaximierung eines geschlossenen Systems als theoretisches

Fundament für Interaktionsmodelle völlig aräumlich. Wegen dieses evidenten Widerspruchs führt er eine dritte Nebenbedingung ein, mit der Kosten für die Distanzüberwindung erfaßt werden. Er geht davon aus, daß als weiterhin erforderliche Information die Kenntnis der Kosten für die Distanzüberwindung im gesamten System vorliegt:

$$\sum_{ij} T_{ij} \cdot c_{ij} = C \qquad (5)$$

C: Gesamtkosten im System

Hier wird ebenfalls die Ähnlichkeit zum Transportproblem deutlich. Die dritte Nebenbedingung in WILSONS Ansatz entspricht in ihrer Struktur der Zielfunktion im Transportproblem (Gleichungen 4 u. 5). Nur wird mit der Entropiemaximierung nicht das Kostenminimum für das System gesucht, sondern die maximale Entropie unter Berücksichtigung eines vorher zu definierenden Kostenfaktors. Der Wert für diesen Faktor ist mindestens so groß wie das Kostenminimum, eher aber höher anzusetzen.

Die Entropiemaximierung ist, wie gezeigt, eine Extremwertaufgabe und wird mittels der Methode der LAGRANGEschen Multiplikatoren unter Verwendung der STIRLINGschen Approximation für Fakultäten gelöst. Durch partielle Differentiation wird ein Gleichungssystem gebildet, das nach seiner Lösung die bekannte Form des beidseitig beschränkten Interaktionsmodells ergibt:

$$T_{ij} = A_i \cdot O_i \cdot B_j \cdot D_j \cdot \exp(-ß \cdot c_{ij}) \qquad (6)$$

A_i, B_j, ß: Kalibrierungsfaktoren

WILSON weist darauf hin, daß die Exponentialfunktion der Kosten auch durch andere Funktionen, z. B. durch eine Potenzfunktion, ersetzt werden kann, so daß für die Berechnung der Interaktionen allgemein gilt (WILSON 1971, S. 9–15; 1974a, S. 70):

$$T_{ij} = A_i \cdot O_i \cdot B_j \cdot D_j \cdot f(c_{ij}) \qquad (7)$$

WILSON sieht in der Verwendung unterschiedlicher Distanzfunktionen in seinem Modell zum einen die Möglichkeit der besseren Anpassung an die empirische Realität und zum anderen die Möglichkeit, Aussagen über die Perzeption von Raumwiderstand treffen zu können. Diese dritte Nebenbedingung, die sich auf die Gesamtkosten im System bezieht, ist der essentielle Punkt des WILSONschen Ansatzes, auf den er seine gesamte Interaktionstheorie aufbaut. Für die ausführliche Darstellung der Theorie- und Modellbildung sei verwiesen auf WILSON 1967, 1970, 1974; WILSON u. BENNETT 1985; BAXTER 1976; THOMAS u. HUGGETT 1980; SENIOR 1979.

4 Kritik der Interaktionstheorie

Ausgehend von der Entropiemaximierung als bestes theoretisches Fundament makroanalytischer Interaktionsmodelle mit einer besonderen Eignung für die praktische Anwendung, stellt sich nun die Frage nach Gründen für die über zwanzigjährige Persistenz eines in seiner Grundstruktur unveränderten theoretischen Konzeptes. Ein Grund für eine lange Beständigkeit ist sehr einfach: Die Theorie hat sich bewährt und gegenüber anderen Ansätzen durchgesetzt. Dies setzt allerdings voraus, daß es andere Ansätze gegeben hat und diese diskutiert wurden, so daß ein Vergleich zur Entropiemaximierung durchgeführt werden konnte. Eine anschließende Bewertung setzt wiederum voraus, daß diese anderen Ansätze gedanklich ebenso durchdrungen wurden wie die Entropiemaximierung.

Zunächst wird das Verfahren der Entropiemaximierung näher betrachtet. Hier werden drei Teilbereiche herausgegriffen, die sich auf die Grundstruktur des Modells beziehen und damit sämtliche abgeleiteten Modellvarianten einschließen. Den Ausführungen kommt daher eine besonders hohe Bedeutung zu, denn Aussagen, die auf das Basiskonzept zutreffen, gelten zwangsläufig auch für Derivate, z. B. die modal-split-Ansätze. Die drei Teilbereiche sind die ‚family of gravity models', die Verwendbarkeit verschiedener Kostenfunktionen und die Analogie zur Thermodynamik.

4.1 Die ‚family of gravity models'

Die ‚family of gravity models' wird durch Weglassen von Nebenbedingungen bezüglich der Randverteilungen hergeleitet. Neben dem beidseitig beschränkten Modell gibt es das unbeschränkte Modell und zwei Arten des einseitig beschränkten Modells, das hinsichtlich der Herkunftsorte beschränkte (production-constrained) und das hinsichtlich der Zielorte beschränkte Modell (attraction-constrained) (WILSON 1971, S. 2–3):

(a) beidseitig beschränktes Modell (Production-attraction-constrained)
$$T_{ij} = A_i \cdot O_i \cdot B_j \cdot D_j \cdot f(c_{ij}) \qquad (8)$$

(b) quellenbeschränktes Modell (production-constrained)
$$T_{ij} = A_i \cdot O_i \cdot D_j \cdot f(c_{ij}) \qquad (9)$$

(c) zielebeschränktes Modell (attraction-constrained)
$$T_{ij} = O_i \cdot B_j \cdot D_j \cdot f(c_{ij}) \qquad (10)$$

(d) unbeschränktes Modell (unconstrained)
$$T_{ij} = O_i \cdot D_j \cdot f(c_{ij}) \qquad (11)$$

Hier wird exemplarisch die Ableitung des quellenbeschränkten Modells näher betrachtet. Die Optimierungsaufgabe bleibt in der bekannten Form bestehen, es entfällt allerdings die Nebenbedingung hinsichtlich der Beschränktheit durch die Zielorte, d. h. es wird keine Aussage über die Zielorte getroffen. Aus diesem Grund kann sich auch im Ergebnis der Maximierung keine Aussage über die Zielorte befinden. Für die Berechnung der einzelnen Ströme ergibt sich daher nach Anwendung des Entropiemaximierungsverfahrens für diesen Fall die Vorschrift, das Volumen des jeweiligen Herkunftsortes gemäß den distanziellen Verhältnissen aufzuteilen, ohne die Zielorte zu berücksichtigen:

$$T_{ij} = O_i \cdot \frac{\exp(-ß \cdot c_{ij})}{\sum_k \exp(-ß \cdot c_{ik})} \qquad (12)$$

WILSON umgeht diesen offensichtlichen Mangel, indem er in der Gleichung, die sich aus der Optimierungsaufgabe ergibt, die Kosten c_{ij} durch den Term $c_{ij} - W_j$ ersetzt. Inhaltlich begründet er den Faktor W_j als ‚some benefit' (WILSON 1967, S. 262), den das Individuum am Zielort erlangt. Die Funktion des Raumwiderstandes W_{ij} ist damit:

$$\begin{aligned} W_{ij} &= \exp(-ß \cdot (c_{ij} - W_j)) = \exp(ß \cdot W_j - ß \cdot c_{ij}) \\ &= \exp(ß \cdot W_j) \cdot \exp(-ß \cdot c_{ij}) \end{aligned} \qquad (13)$$

Den Term $e^{ß \cdot W_j}$ faßt WILSON als Schätzgröße für die Attraktivität D_j auf, um wieder zur bekannten Struktur des beidseitig-beschränkten Modells zu gelangen. Die funktionale Beziehung zwischen diesem Term und D_j definiert er als eine logarithmische. WILSON (1967, S. 262): „. . . we can now identify the new model . . . by taking $e^{ßW_j}$ as the attractive measure D_j. . . . it seems intuitively reasonable to expect W_j to vary as log D_j, as implied here, rather than D_j" (Gleichung 14).

$$W_j = \log(D_j) \qquad (14)$$

Unter dem Aspekt einer ‚family of gravity models' sind zu dieser Reformulierung der Kostenfunktion folgende Kritikpunkte anzumerken:

These 1: Die Voraussetzungen eines logarithmischen Zusammenhangs zwischen den objektiv meßbaren Attraktivitäten und der Ersatzgröße ist nicht von vornherein gegeben und schränkt zudem den Gültigkeitsbereich aufgrund dieser verwendeten Funktion ein.

Es ist zunächst zu überprüfen, ob der ‚intuitiv zu erwartende' logarithmische Zusammenhang zwischen dem Nutzen W_j und dem Attraktivitätsmaß D_j in jedem Fall gegeben ist, denn nur dann wäre die formulierte Gleichung gültig. Hierzu könnte z. B. der Zusammenhang zwischen Preisvorteilen und der Größe eines Anbieters, gemessen an der Verkaufsfläche, untersucht werden. Aufgrund geringer Handelsspannen im polypolistischen Markt ist aber zu erwarten, daß ab einer bestimmten Größenordnung die Preisvorteile nicht mehr zunehmen können, d. h. auf einem bestimmten Niveau konstant bleiben. Der Logarithmus ist jedoch eine monoton wachsende Funktion und kann daher allenfalls als Näherung gelten. Der von WILSON formulierte *funktionale* Zusammenhang ist allerdings zu bezweifeln.

These 2: Die Ersetzung der Kosten c_{ij} durch den ‚Nettonutzen' c_{ij}–W_j ist nicht zulässig, da in dieser Form die multiplikative Verknüpfung der Kosten c_{ij} mit dem Faktor ß unberücksichtigt bleibt.

Der Parameter ß ist als LAGRANGE-Multiplikator über die Kostenfunktion definiert. Durch die Einführung des Faktors W_j in der Form, wie WILSON es durchführt, steht ß nicht mehr nur in einem funktionalen Zusammenhang mit den Kosten sondern auch mit W_j. Dies bedeutet, daß der Aufwand der Distanzüberwindung auch von den örtlichen Gegebenheiten des Fahrtzieles abhängt. Eine derartige Interdependenz ist bei der Problemstellung überhaupt nicht formuliert worden. Der Parameter ß dient ausschließlich zur Kalibrierung der Kostenfunktion. Für die Anpassung von W_j müßte ein unabhängiger Parameter eingeführt werden.

These 3: Die Ersetzung der Kosten durch den ‚Nettonutzen' führt aufgrund mathematischer Fehler nicht zur angestrebten und als Resultat vorgestellten Form des einseitig beschränkten Modells.

WILSON verwendet exp (-ß · w_j) als Attraktivitätsmaß, d. h. ß beeinflußt den funktionalen Zusammenhang zwischen W_j und D_j. Folgt man der Annahme einer logarithmischen Relation (Gleichung 14) und setzt diese in die Gleichung zur Berechnung der T_{ij} ein, ergibt sich gemäß der Umformung des ‚Nettonutzens' (Gleichung 13):

$$T_{ij} = O_i \cdot \frac{\exp(ß \cdot \log(D_j)) \cdot \exp(-ß \cdot c_{ij})}{\sum_k \exp(ß \cdot \log(D_k)) \cdot \exp(-ß \cdot c_{ik})} \qquad (15)$$

und vereinfacht

$$T_{ij} = O_i \cdot \frac{D_j^{ß} \cdot \exp(-ß \cdot c_{ij})}{\sum_k D_k^{ß} \cdot \exp(-ß \cdot c_{ik})} \qquad (16)$$

Das Attraktivitätsmaß müßte nach korrekter Anwendung der Potenzrechnung mit ß potenziert werden. Damit wird der LAGRANGE-Multiplikator ß der Kosten als Exponent in Beziehung zur Attraktivität der Zielorte gebracht. Diese Abhängigkeit ist weder formuliert worden noch erscheint sie beabsichtigt oder sinnvoll und ist daher als Fehler zu bewerten. Außerdem gelangt man auf diese Weise nicht zur von WILSON vorgestellten Form des einseitig beschränkten Modells.

Für diesen Abschnitt und den folgenden gilt grundsätzlich die mathematische Regel, daß eine Manipulation der Kostenfunktion nicht zulässig ist, da sie Teil der Lösung einer eindeutig formulierten Optimierungsaufgabe mit einer Zielfunktion und Nebenbedingungen ist. Dies bedeutet nicht, daß der Faktor Kosten nur in Form von Gesamtkosten Berücksichtigung finden kann. Eine Modifikation des Einflusses dieser Größe ist prinzipiell keineswegs ausgeschlossen, doch muß der Einfluß der Kosten im Gegensatz zur Manipulation der *Lösung* in der Optimierungs*aufgabe* formuliert werden, so daß sich eine neue Lösung ergibt.

4.2 Die Verwendbarkeit verschiedener Kostenfunktionen

Aus der Herleitung ergibt sich für die Kosten eine Exponentialfunktion. WILSON argumentiert, daß diese Funktion aus Gründen der Wahrnehmung modifizierbar sei. WILSON (1974, S. 70): „... the way in which he is perceiving cost may be logarithmic. Then, if c_{ij} in exp $(-ßc_{ij})$ is replaced by log c_{ij} the function transform into the power function, $c_{ij}^{ß}$. Thus, even within the entropy-maximizing framework, it is appropriate to test a range of cost functions and the one which fits best may say something about the traveller's perception." Zu dieser Einschätzung der Interpretierbarkeit der Kostenfunktion sind weitere Kritikpunkte anzuführen:

These 4: Die Kostenfunktion exp(-ß · c_{ij}) ergibt sich aus der Optimierung und darf nicht verändert werden, da sonst die Herleitung ungültig wird.

Die exponentielle Kostenfunktion ergibt sich aus der Optimierung, indem in der LAGRANGE-Gleichung die logarithmierte Zielfunktion verwendet wird. Durch die Entlogarithmierung bei der Lösung des nach der Differentiation entstehenden Gleichungssystems ist die Exponentialfunktion zwangsweise das Resultat. Eine Manipulation dieser Funktion liegt außerhalb des Optimierungsprozesses und ist deshalb nicht mehr Teil der Entropiemaximierung.

These 5: Die Begründung für die Modifikation der Kostenfunktion mittels nichtlinearer Wahrnehmung der Kosten ist wegen der Nichtlinearität der Kostenfunktion nicht zutreffend.

Dies wird deutlich, wenn man die Wirkung der Kostenfunktion in der Basisgleichung des Entropiemaximierungsmodells isoliert, indem die Variablen A_i, O_i, B_j, D_j und ß konstant gehalten, d. h. auf 1 gesetzt werden. Es besteht dann eine funktionale Beziehung zwischen den Strömen und den Kosten der Form:

$$T_{ij} = \exp(-c_{ij}) \qquad (17)$$

Für kleine c_{ij} ist der Gradient größer als für große c_{ij}, d. h. die Wirkung dieses Terms ist mit der Annahme unterschiedlicher Distanzwahrnehmung vergleichbar. Unterschiede im Bereich kurzer Entfernungen werden stärker wahrgenommen als im Bereich großer Entfernungen. Allerdings gilt auch hier, daß die Exponentialfunktion durch den Optimierungsprozeß festgeschrieben ist, d. h. die Verwendung anderer nichtlinearer Funktionen, die die Perzeption von Raumwiderstand ebenso gut oder vielleicht besser beschreiben könnten, ist im Rahmen des Modellkonzepts nicht zulässig.

These 6: Die Aussage, die Manipulation der Kostenfunktion lasse Rückschlüsse auf die Wahrnehmung zu, pervertiert letztlich die Herleitung.

Durch die Methode der Entropiemaximierung entsteht eine spezifische Kostenfunktion, die als Ergebnis anzusehen ist. Eine Veränderung der Kostenfunktion, welcher Art und zu welchem Zweck auch immer, bedeutet letztlich eine Änderung der Nebenbedingung bezüglich der Kosten in der Optimierungsaufgabe, wenn die Herleitung ihre Gültigkeit behalten soll. Damit liegt eine Umkehrung der Vorgehensweise, d. h. ein Zirkelschluß vor.

Diesen Teil abschließend wird auf die Interpretation des Faktors Gesamtkosten eingegangen, die Verwendung höherer Gesamtkosten ermögliche suboptimale Lösungen (WILSON u. SENIOR 1974a, S. 214; 1974b, S. 217). Hinsichtlich der kaum vorhandenen strengen Rationalität der Käufer würde die Suboptimalität hinsichtlich der Kostenoptimierung eine stärkere Annäherung an die Realität bedeuten. Dem widerspricht, abgesehen von der Schwierigkeit, den „richtigen" Wert für den Kostenfaktor festzulegen, daß die Interpretation der Möglichkeit suboptimaler Lösungen völlig vom ursprünglichen Konzept abweicht. WILSONS Ansatz ist eine eindeutige Optimierungsaufgabe und kann als Ergebnis entsprechend nur ein Optimum liefern. Bezogen auf die kostenminimale Situation ist eine Situation mit höheren Gesamtkosten zwangsläufig ein suboptimales Ergebnis und bezieht sich daher ausschließlich auf das Transportproblem der Linearen Optimierung, nicht aber auf die Entropiemaximierung. Während die Kosten bei der Linearen Optimierung das Ergebnis sind, d. h. die abhängige Variable, sind die Kosten bei der Entropiemaximierung eine Determinante, d. h. eine unabhängige Variable. Ein suboptimales Ergebnis der Entropiemaximierung ist daher auf den entropischen Zustand des Systems bezogen und nicht auf die Ausprägung des Eingabeparameters Gesamtkosten. Insofern erscheint WILSONS Interpretation der unabhängigen Kostenvariable als suboptimales Ergebnis paradox.

Beide Verfahren sind Optimierungsaufgaben und unterscheiden sich dadurch von heuristischen Ansätzen. Aufgrund ihrer verschiedenen Zielfunktionen kann sich die Interpretation der Ergebnisse nur in ihrem jeweiligen Bereich bewegen: Beim Transportproblem handelt es sich um die kostenminimale Situation eines Systems, bei WILSONS Ansatz um die Maximierung der im System enthaltenen Entropie.

4.3 Die Analogie zur Thermodynamik

WILSONS Ansatzpunkt für sein Modell ist als Analogie zur Physik die Bewegung von Gasmolekülen in einem geschlossenen System (WILSON 1967, S. 258). Diese Moleküle streben nach einem stabilen und damit wahrscheinlichsten Zustand, indem sie sich im Raum gleichmäßig verteilen. Dieses Verhalten unterstellt WILSON auch für menschliche Individuen, wenn er die Entropie ihrer Verhaltensmuster maximiert. Damit setzt er aber auch andere Eigenschaften der Gasmoleküle voraus, die die Gleichverteilung im Raum erst ermöglichen. So sind die einzelnen Moleküle nicht an einen bestimmten Ort gebunden, sondern können *überall* gleichermaßen positioniert werden. Damit sind sie beliebig austauschbar. Außerdem entsteht der stabile Zustand - das „Streben" nach Gleichverteilung - durch physikalische Kräfte, die auf *alle* Moleküle im System wirken. Die Übertragung auf das menschliche Verhalten erscheint unter diesen Gesichtspunkten fragwürdig.

These 7: Das Verhalten von Gasmolekülen in einem geschlossenen Raum entspricht nicht dem Prinzip einer Interaktion und ist daher nicht auf das menschliche Verhalten im Raum übertragbar.

Eine Interaktion ist ein räumliches Muster, das durch menschliches Verhalten erzeugt und daher auch als aktionsräumliches Verhalten bezeichnet wird. Das grundlegende Prinzip einer Interaktion ist definiert als ein zeitlich begrenztes Verlassen des Ausgangsortes, zu dem das interagierende Individuum wieder zurückkehrt. Damit ist für jedes Individuum ein Bezugspunkt im System gegeben. Ausgehend von diesem Bezugspunkt unternimmt das Individuum Interaktionen zu unterschiedlichen Zwecken, z. B. einkaufen, arbeiten, sich bilden. Da die Ausübung dieser Tätigkeiten in der Regel nicht an einem einzigen Ort erfolgt, entstehen verschiedene Interaktionen vom Ausgangspunkt, die Raummuster des aktionsräumlichen Verhaltens. Diese Raummuster sind für jedes Individuum im System unterschiedlich. Bei WILSONS Entropiemaximierung werden sie allerdings völlig übergangen. Die Gasmoleküle besitzen kein strukturiertes räumliches Verhalten. Der stabile Zustand des Systems wird erreicht, indem die Moleküle, die aufgrund ihres energetischen Gehalts in Bewegung sind, aufeinander prallen und sich in geänderter Richtung fortbewegen bis zum nächsten Aufprall, solange bis der stabile Zustand maximaler Unordnung bzw. Entropie erreicht ist. Dabei sind die Moleküle, die sich im System befinden, beliebig gegeneinander austauschbar. Bezogen auf die Felder einer Matrix heißt dies, daß das Vorkommen eines bestimmten Moleküls in jedem dieser Felder möglich und zulässig ist. Diese Austauschbarkeit ist auf menschliche Individuen jedoch nicht übertragbar. In einem System, das aus einer bestimmten Anzahl von Individuen besteht, ist die gleiche Anzahl von verschiedenen Raummustern vorhanden. Es ist zwar unmöglich, sämtliche tatsächlich vorhandenen Raummuster exakt zu modellieren, mit der physikalischen Analogie zur Thermodynamik berücksichtigt WILSON in seinem Ansatz der Entropiemaximierung allerdings nicht ein einziges. Diese Aussagen bestätigt WILSON, indem er seinem Ansatz selbst widerspricht (WILSON 1967, S. 260): „People are not identical in the way that particles in physics are identical, and so no theory of this form (indeed, no theory period) can be expected to apply exactly."

These 8: Die Maximierung der Entropie zur Ermittlung eines bestimmten Zustandes des gesamten Systems ist nicht mit dem menschlichen Entscheidungsverhalten konform.

WILSON impliziert mit seinem Konzept, daß das räumliche Verhalten eines Individuums an einem beliebigen Ausgangsort O_1 durch das Verhalten aller Individuen nicht nur seines eigenen Ausgangsortes, sondern aller anderen Orte auch bestimmt wird. Dies setzt nicht nur voraus, daß jedes Individuum vollständige Information über das Verhalten aller anderen besitzt, sondern daß es diese Information bei seinem Entscheidungsverhalten letztlich auch berücksichtigt. Diese Voraussetzungen sind nicht gegeben und als unrealistisch einzustufen, denn maßgebend für die Entscheidung des Individuums an Ort O_1 sind nicht die anderen Individuen, sondern die alternativen Ziele seiner geplanten Interaktion. Übertragen auf die Betrachtung der Interaktionsmatrix vollziehen sich die Interaktionen innerhalb einer Zeile. In der ersten Zeile, stellvertretend für den Ausgangsort O_1, sind die einzelnen Spalten, die stellvertretend für die Zielorte D_j stehen, die Handlungsalternativen. Die Entscheidungen für diese Alternativen finden unabhängig von den Wahlhandlungen der Individuen in allen folgenden Zeilen statt. Die gleichen Handlungsalternativen gelten auch für die zweite Zeile bzw. Ort O_2 und alle folgenden. Das Entscheidungsverhalten innerhalb einer Zeile ist jedoch *nicht* determiniert durch das Entscheidungsverhalten innerhalb der anderen Zeilen bzw. durch das gesamte System.

5 Einige Beispiele

Die dritte Nebenbedingung, die Kenntnis der Gesamtkosten, ist, wie gezeigt, der ausschlaggebende

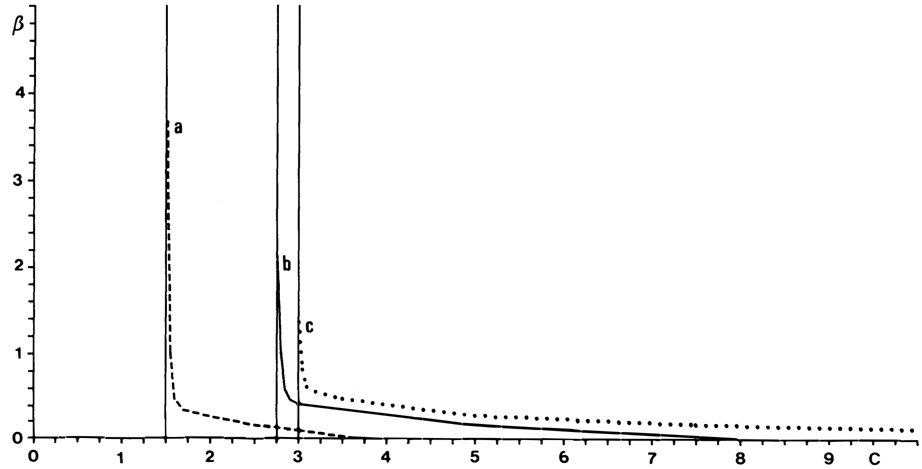


Abb. 2: Abhängigkeit des Widerstandsfaktors ß von dem Eingabeparameter Gesamtkosten C für die Beispielräume Daun (a), Verden (b) und Donnersbergkreis (c)

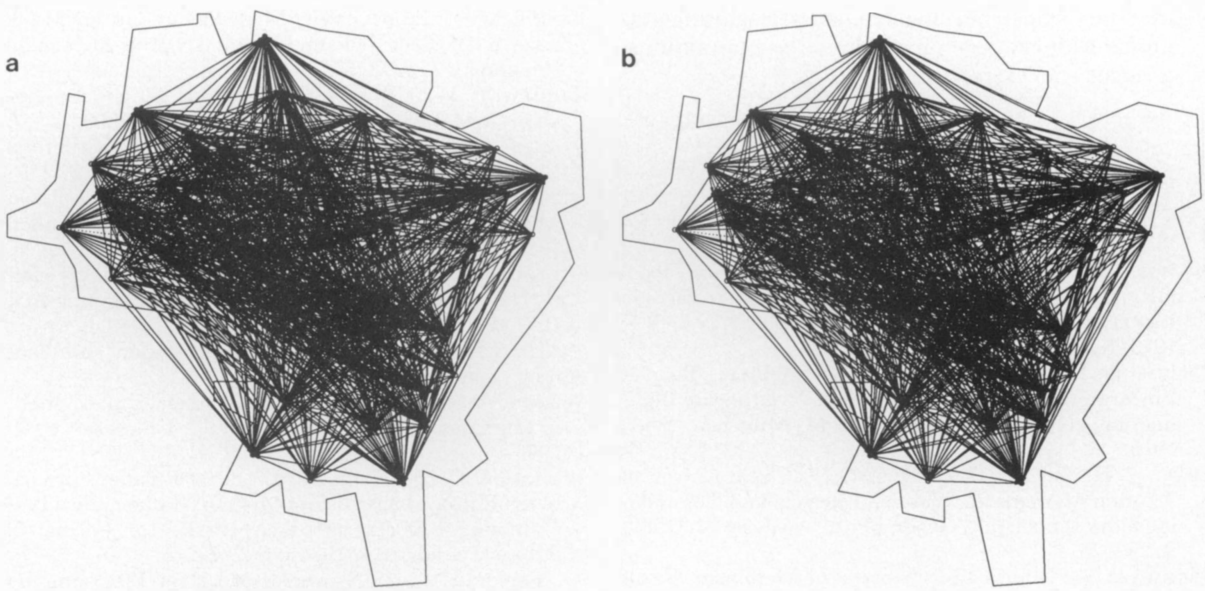
Dependence of distance factor ß and input parameter total cost C for the exemplary regions of Daun (a), Verden (b) and Donnersbergkreis (c)

Faktor für die resultierende Interaktionsmatrix. Die Variation dieser Steuergröße zeigen einige empirische Beispiele. Das Modell wurde in der beidseitigbeschränkten Variante in drei Untersuchungsgebieten (Verbandsgemeinde Daun (38 Orte), Mittelbereich Verden (52 Orte), Donnersbergkreis (81 Orte)) für den Bereich des Lebensmitteleinzelhandels angewendet. Die Auswirkung unterschiedlicher Gesamtkosten auf die Interaktionsmatrix wird durch die Beziehung zwischen den Gesamtkosten C und dem Widerstandsparameter ß verdeutlicht, die in Abb. 2 dargestellt ist.

Die Kurve für den Donnersbergkreis ist aus Gründen der Anschaulichkeit nicht vollständig dargestellt (der Schnittpunkt mit der Abszisse liegt bei C = 26), da der Verlauf der Funktionsgraphen im Bereich geringer Gesamtkosten sehr steil ist. Für minimale Gesamtkosten geht das Ergebnis der Entropiemaximierung in die Lösung des Transportproblems über (Evans 1973). Diese Steilheit ist bei allen Untersuchungsergebnissen zu verzeichnen und weist darauf hin, daß das Modell in einem großen Wertebereich sehr unsensibel ist. Ein Einfluß auf den Parameter ß und damit auf die Interaktionsmatrix ist erst nahe der kostenminimalen Lösung vorhanden. In diesem Bereich ist das Modell allerdings sehr sensibel. Für die Ermittlung der Gesamtkosten, die in der Regel über die Aggregation geschätzter Durchschnittswerte durchgeführt wird, bedeutet dieses hohe Anforderungen an ihre Genauigkeit. In dem großen Bereich niedriger ß-Werte ist eine Fehlschätzung der Gesamtkosten selbst in der Größe zweistelliger prozentualer Abweichungen völlig irrelevant, während im Bereich des Kostenminimums die Toleranzgrenze einen derart niedrigen Wert aufweist, daß dessen Einhaltung durch kein Erhebungsverfahren gewährleistet ist. Eine Totalerhebung würde die Ermittlung der Kosten für jede im System durchgeführte Interaktion bedeuten, die wiederum dazu bekannt sein müßte. Die Bestimmung der Interaktionen ist jedoch das Ziel des Modells und nicht eine Voraussetzung.

Abschließend wird kurz auf drei Kartogramme (Abb. 3a–c) eingegangen, die den beschriebenen Sachverhalt veranschaulichen. Die Beispiele beziehen sich auf den Mittelbereich Verden. Neben dem Mittelzentrum befinden sich drei Unterzentren in diesem Gebiet. Obwohl die räumlichen Verflechtungen nicht quantifiziert sind, ist dennoch zu erwarten, daß sich zumindest die Verflechtungsbereiche des Mittelzentrums und der Unterzentren erkennen lassen.

Abb. 3a zeigt eine Interaktionsmatrix, die mit der Vorgabe sehr hoher Gesamtkosten (C = 8) ermittelt wurde, die für die Überwindung des Raumwiderstandes zur Verfügung stehen. Die Folge ist, daß sämtliche Angebotsorte einen Einzugsbereich aufweisen, der mit dem Untersuchungsgebiet identisch ist, d.h. aus jedem Nachfrageort wird in jeden Zielort gefahren. Dies entspricht dem Konzept der Entropie, nach dem sich eine möglichst gleichmäßige Verteilung im Raum einstellt. Auch die Vorgabe mittlerer Gesamtkosten (C = 4), die in Abb. 3b dargestellt ist, bedeutet keine wesentliche Veränderung der Matrix. Für den weiten Bereich niedriger ß-Werte bzw. geringen Raumwiderstands wird zum einen deutlich, daß sich die räumlichen Verflechtungen kaum unterscheiden und zum anderen, daß diese ermittelten Zuordnungen völlig unrealistisch sind. Erst für minimale Gesamtkosten sind die Einzugsbereiche des Mittelzentrums (Punktlinien) und der Unterzentren (U) erkennbar.



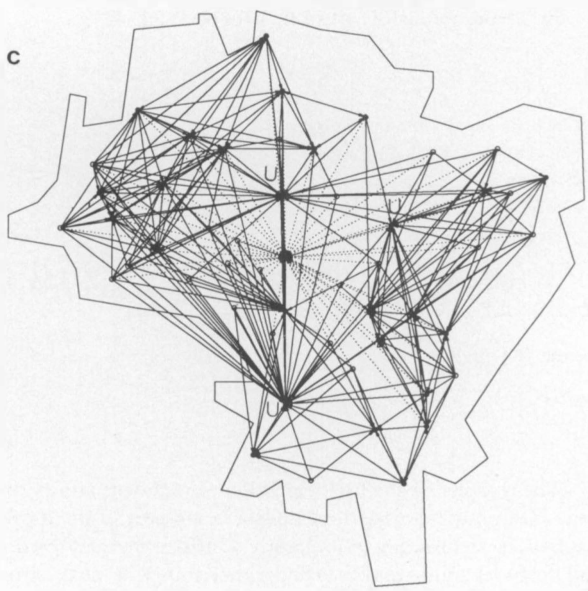


Abb. 3: Räumliche Zuordnungen im Beispielraum Verden als Ergebnis der Entropiemaximierung
a) maximale Gesamtkosten (C = 8)
b) mittlere Gesamtkosten (C = 4)
c) minimale Gesamtkosten (C = 2,75)

Spatial allocation in the exemplary region of Verden as the result of the entropy-maximizing method
a) maximum total cost (C = 8)
b) medium total cost (C = 4)
c) minimum total cost (C = 2.75)

6 *Fazit*

Aufgrund der formulierten Kritikpunkte ist festzuhalten, daß die Entropiemaximierung nach WILSON zur Schätzung von räumlichen Interaktionen sowohl formale als auch inhaltliche Unzulänglichkeiten in einem solchen Umfang aufweist, daß die Gültigkeit seines theoretischen Konzeptes für Interaktionsmodelle und damit auch die Basis für ihre Anwendung als widerlegt einzustufen sind. Zu einer ebenso kritischen Einschätzung gelangen z. T. unter anderen Gesichtspunkten RHO, BOYCE u. KIM (1989): „To our knowledge, this technique has never been evaluated to determine whether it converges to the correct solution ... Wilson's suggested iterative balancing technique is not recommended for solving urban and regional commodity flow models."

Es wurde gezeigt, daß die Herleitung aller Modellvarianten mittels des Entropiekonzeptes nicht möglich ist. Darüber hinaus ist das Modell aufgrund des rein mathematischen Ansatzes keiner verhaltenswissenschaftlichen Näherung zugänglich, wie viele Ansätze der ‚social physics'.

Der Erfolg von WILSONS Modell dürfte im wesentlichen auf zwei Gründen beruhen. Der erste Grund liegt in der Geschlossenheit des beidseitig-beschränkten Modells. Durch diese Geschlossenheit wird immer und überall, je nach Stellung des „Reglers" Gesamtkosten, ein Ergebnis erzeugt, das den Randbedingungen genügt. Eine Plausibilitätskontrolle des Modellergebnisses erübrigt sich daher. Der zweite Grund ist die mathematisch elegante Behandlung von Interaktionsmodellen mit in diesem Kontext bislang unbekannten Ansatzpunkten und Methoden. Die Bezeichnungen für seinen Ansatz reichen von ‚sophisticated' bis ‚mystifying'. Der Raffinesse, die WILSON eine langjährige Anerkennung zukommen ließ, stehen jedoch bei eingehender Betrachtung gravierende Mängel gegenüber, die seine Interaktionstheorie als widerlegt beweisen.

Literatur

BAXTER, R. S.: Computer and Statistical Techniques for Planners. London 1976.

EVANS, S. P.: A Relationship between the Gravity Model for Trip Distribution and the Transportation Problem in Linear Programming. In: Transportation Research 7, 1973, S. 39-61.

NEUMANN, K.: Operations Research Verfahren - Band I: Lineare Optimierung, Spieltheorie, Nichtlineare Optimierung, Ganzzahlige Optimierung. München, Wien 1975.

RHO, J. H., BOYCE, D. E. u. KIM, T. J.: Comparison of Solution Methods for Wilson's Interregional Commodity Flow Model. In: Geographical Analysis 21, 1989, S. 259-267.

SCHWARZ, R.: Informationstheoretische Methoden. GEOMOD - Modelle und Methoden der Geographie und Regionalforschung 2, 1981.

SENIOR, M. L.: From Gravity Modelling to Entropy Maximizing - A Pedagogic Guide. In: Progress in Human Geography 3, 1979, S. 175-210.

THOMAS, R. W. u. HUGGETT, R. J.: Modelling in Geography - A Mathematical Approach. London 1980.

WILSON, A. G.: A Statistical Theory of Spatial Distribution Models. In: Transportation Research 1, 1967, S. 253-269.

- : Entropy in Urban and Regional Modelling. London 1970.

- : A Family of Spatial Interaction Models, and Associated Developments. In: Environment and Planning A 3, 1971, S. 1-32.

- : Urban and Regional Models in Geography and Planning. London et al. 1974.

WILSON, A. G. u. BENNETT, R. J.: Mathematical Methods in Human Geography and Planning. Chichester et al. 1985.

WILSON, A. G. u. SENIOR, M. L.: Some Relationships between Entropy Maximizing Models, Mathematical Programming Models, and their Duals. In: Journal of Regional Science 14, 1974a, S. 207-215.

- : Explorations and Syntheses of Linear Programming and Spatial Interaction Models of Residential Location. In: Geographical Analysis 6, 1974b, S. 209-238.

KISTA. DIE ENTWICKLUNG EINER STOCKHOLMER GROSSSIEDLUNG ZUM ZENTRUM DER SKANDINAVISCHEN ELEKTRONIKINDUSTRIE

Mit 2 Abbildungen und 6 Tabellen

PETER SEDLACEK

Summary: Kista. The development of a Stockholm new town to the position of Scandinavia's leading electronics centre

Homogeneous industrial areas are mostly explained by locational economies. An alternative approach is to explain this phenomenon by entrepreneurial imitation of locational innovators. The case of Kista may be seen as an example verifying the second approach.

Kista is a new town situated at the northern fringe of the Swedish metropolis. It was planned and built up until the late seventies. After two international companies, IBM and Ericsson, had relocated their Stockholm activities into the Kista industrial area there was a pull effect on other companies in this industrial sector. The local authorities promoted the shift of electronics and data companies to Kista in a public-private-partnership with industrial companies, f. e. by establishing a multifunctional centre for technology, research & development, education on high school and university levels, and conferences, called Electrum.

The reasons for the first relocation were the proximity to the international airport and Kista being part of the local subway system at that time already. Unlike other new towns in the Stockholm area Kista had a good image because of its well built-up environment and its socially well structured population. Its following industrial development was based on other companies imitating the locational innovators or leaders, thereby making Kista Scandinavia's most important electronics and data centre.

1 Einleitung

Innerhalb weniger Jahre entstand in Kista, einer *new town* am nördlichen Rande der schwedischen Hauptstadt Stockholm, die größte Agglomeration der Elektronik- und Datenindustrie in Skandinavien. Derartige industrielle Agglomerationen von Unternehmen der gleichen Branche werden in der Standortfor-