

- Edremit-Güre (Türkei). In: Der Tropenlandwirt 71, 1970, S. 137–161.
- WAGNER, G.: Die Bodenabtragung im Wandlungsprozeß der Kulturlandschaft. In: Ber. z. dt. Landeskunde 35, 1965, S. 91–111.
- WALTER, H.: Das Problem der Zentralanatolischen Steppe. In: Die Naturwissenschaften 43, 1956, S. 97–102.
- WEITZENBERG, H.: Praktischer Umweltschutz zur Kontrolle der Bodenerosion in den Landbau- und Weide-Gebieten der tropischen und subtropischen Zonen. In: Der Tropenlandwirt 74, 1973, S. 169–180.
- WENDT, C. W., OLSEN, T. C., HAAS, H. J. & WILLIS, W. O.: Soil Water Evaporation. Great Plains Agricultural Council Publication No. 50, 1970, S. 207–227.

ERZEUGUNG SYNTHETISCHER ABFLUSSDATEN MIT HILFE EINES ZEIT- UND RAUMVARIANTEN MODELLS IM EINZUGSGEBIET DER LAHN

Mit 6 Textabbildungen, 1 Beilage (V) und 4 Tabellen

ULRICH STREIT

Summary: The generation of synthetic runoff data by a time- and space-varying model for the Lahn river catchment.

A time- and space-varying model for generation synthetic monthly streamflow series of any length is constructed based on a sample of drainage basins in the Lahn river catchment. A first order autoregressive model (MARKOV-model) including a seasonal component is used as the time dependent generating scheme. If there exist runoff observation for the drainage basin in question, the parameters of the MARKOV-model (monthly means, standard deviations and correlation coefficients) may be computed from this data. Otherwise a space-varying extension is needed: Approximation of the above mentioned statistics by Fourier-analysis results in Fourier-coefficients which are estimated by a few regression equations using physiographic basin characteristics (e.g. mean annual precipitation, forested area) as input data. Examples are discussed to point out qualifications and limitations of the model and to demonstrate application of synthetic streamflow series to design of water supply reservoirs.

Die wachsenden Ansprüche von Bevölkerung und Wirtschaft hinsichtlich der Versorgung mit Trink- und Brauchwasser stellen die wasserwirtschaftliche Planung vor die Aufgabe der bestmöglichen Nutzung aller vorhandenen Wasservorräte; dabei kommt der Gewinnung von Oberflächenwasser aus den Fließgewässern eine wachsende Bedeutung zu. Eine optimale Nutzungsplanung und Bewirtschaftung der Gewässer ist nur auf der Basis von Meßdaten ausreichender Qualität und Quantität durchführbar; neben Beobachtungswerten für die Wassergüte sind dabei vor allem Abflußdaten zur Erfassung des natürlichen Wasserangebotes der Fließgewässer in zeitlicher und räumlicher Dimension notwendig. Während eine Verbesserung der Datenqualität vor allem durch Verfeinerung der Meß- und Übertragungstechniken erreicht werden kann (dies liegt in der Regel jedoch außerhalb der Möglichkeiten des mit Planungsaufgaben beschäftigten Hydrologen),

erscheint eine Steigerung der Datenquantität zunächst nur durch Vermehrung der Beobachtungsstationen und Ausdehnung des Beobachtungszeitraumes möglich.

Die folgenden Ausführungen beschäftigen sich für den Fall monatlicher Abflußhöhen mit der Frage, inwieweit derartige Daten mit Hilfe zeit- und raumvarianter Modelle künstlich erzeugt und damit theoretisch beliebig vermehrt werden können. Solch einem Modell wird selbstverständlich nur dann eine praktische Bedeutung zukommen, wenn es in der Lage ist, synthetische Daten so zu generieren, daß sie in wichtigen charakteristischen Eigenschaften mit tatsächlich gemessenen bzw. meßbaren Daten weitgehend übereinstimmen. Diese notwendige Anpassung des Modells an die natürlichen Verhältnisse ist nur auf der Basis existierender Meßwerte möglich, deren Informationsgehalt extrahiert und auf das Modell übertragen werden muß. Künstlich erzeugte Daten solcher Art ergeben damit keinen realen Informationsgewinn gegenüber den zur Modelleichung verwendeten Beobachtungsdaten; sie stellen im engeren Sinne auch keine Prognose des zukünftigen Abflußverhaltens dar. Ihr Nutzen ergibt sich aus der Möglichkeit, Datenreihen beliebiger Länge und Anzahl für einen gegebenen Ort oder Raum zu generieren: Ist nämlich das Verteilungsgesetz der interessierenden Variablen bekannt oder als Hypothese formuliert, so lassen sich lange Datenreihen erzeugen, in deren Verlauf relative Minima und Maxima sowie Extremwertabfolgen erscheinen, die während der meist kurzen Beobachtungsperiode wegen ihrer geringen Eintrittswahrscheinlichkeit zufällig nicht aufgetreten sind. Damit eignen sich synthetisch erzeugte Daten vorzugsweise zur Simulation natürlicher oder anthropogen gesteuerter Systeme und der sich darin vollziehenden Prozesse. An zwei Beispielen soll dies für den hier untersuchten Fall monatlicher Abflußhöhen in Fließgewässern verdeutlicht werden.

Die Förderung uferfiltrierten Grundwassers ist wegen der starken Wechselwirkung zwischen Fluß und Grundwasserkörper im ufernahen Bereich eng an den Abfluß im Vorfluter gebunden; zur wirklichkeits-äquivalenten Nachahmung der sich dabei abspielenden Sickerungs- und Strömungsvorgänge in einem Grundwassermodell müssen daher Abflußreihen als wesentlicher Teil des Modellinputs zur Verfügung stehen. Sind keine Beobachtungsdaten für den untersuchten Flußabschnitt vorhanden bzw. erweisen sich beobachtete Abflußreihen als lückenhaft oder zu kurz (etwa zur Nachahmung von Langzeiteffekten), so können mit Erfolg synthetisch erzeugte Abflußdaten verwendet werden.

Als zweites Beispiel sei die Bemessung von Versorgungsspeichern genannt. Bei vorgegebener Betriebsdauer und Speicherabgabe stellt sich hier das Problem einer Bestimmung der optimalen Speichergröße, wobei der Versorgungsspeicher aus Kostengründen möglichst klein, jedoch zur Aufrechterhaltung der Funktion auch in Trockenperioden ausreichend groß zu bemessen ist. Dabei ist zu beachten, daß der Abflußvorgang einen zufallsbeeinflussten Prozeß darstellt, so daß die Angabe der optimalen Speichergröße sinnvollerweise mit einer Versagewahrscheinlichkeit zu koppeln ist. Da in synthetischen Abflußreihen auch solche Trocken- und Feuchtperioden verschiedener Länge und Intensität auftreten, die zufällig nicht durch den Beobachtungszeitraum erfaßt sind, jedoch eine gewisse Ereigniswahrscheinlichkeit haben, erlaubt die Verwendung künstlich erzeugter Daten (ggf. auch anstelle der Beobachtungswerte) eine praxisnahe Lösung dieses Optimierungsproblems (vgl. SCHULTZ, 1973, 175ff.). In einem Anwendungsbeispiel für das hier diskutierte Modell wird auf diese Methode zur Bemessung von Versorgungsspeichern näher eingegangen.

Die Konstruktion des zeit- und raumvarianten Modells zur Erzeugung synthetischer Abflußreihen beruht auf folgenden Grundgedanken: Der Abflußvorgang im natürlichen Fließgewässer stellt einen zeitvarianten kontinuierlichen Prozeß praktisch unbeschränkter Dauer dar; er kann jedoch nur in zeitlich begrenzten Intervallen als sog. Zeitreihe beobachtet werden, die im statistischen Sinne als Stichprobe aus diesem Prozeß anzusehen ist. Bei der Analyse solcher Zeitreihen ist zur Verringerung des numerischen Aufwandes in der Regel eine Diskretisierung durch Zusammenfassung zu größeren Zeitreiheneinheiten sinnvoll; im vorliegenden Fall werden monatliche Abflußhöhen (mm) zugrunde gelegt. Die Erzeugung künstlicher Zeitreihen erfordert einen geeigneten zeitvarianten Modellansatz, der die charakteristischen Eigenschaften des Prozesses hinreichend genau wiederzugeben vermag. Die notwendige Anpassung des Zeitreihenmodells an die Abflußverhältnisse eines speziellen Flußgebietes kann durch Fixierung von Modellparametern erfolgen. Liegt für das betreffende Gebiet eine beobachtete Abflußreihe ausreichender Güte vor, so geschieht die Parameterbestimmung in einfacher Weise durch Berechnung gewisser statistischer Kennwerte aus den Beobachtungsdaten. Für Einzugsgebiete mit lückenhaften, un-

zuverlässigen, kurzfristigen oder nicht existenten Beobachtungswerten ist dagegen eine Erweiterung des Zeitreihenmodells durch einen raumvarianten Ansatz notwendig. Da der an einem bestimmten Meßquerschnitt im Fließgewässer beobachtbare Abflußvorgang durch die naturräumliche Ausstattung (einschließlich der hydrometeorologischen Verhältnisse) des zugehörigen Einzugsgebietes gesteuert wird, ist eine mehr oder minder enge Korrelation zwischen den Einzugsgebietscharakteristika und den Parametern des Zeitreihenmodells zu vermuten. Auf der Basis einer Stichprobe verschiedenartiger Flußgebiete lassen sich daher mit Hilfe geeigneter statistischer Verfahren Schätzgleichungen für die Modellparameter aufstellen. Auf diese Weise kann der zeitvariante Modellansatz variierenden räumlichen Gegebenheiten angepaßt werden, wobei als Bezugsbasis das jeweilige Einzugsgebiet gilt.

Das Modell basiert auf einer Stichprobe von 21 Einzugsgebieten aus dem Flußgebiet der Lahn (vgl. Abb. 1 [Beil. V] und Tab. 1); sie sind so ausgewählt, daß mindestens 10jährige Abflußmessungen (hydrologische Jahre) existieren und keine starke Beeinflussung durch wasserbauliche Maßnahmen auftritt. Die Größe dieser Einzugsgebiete liegt zwischen 10 und 450 km². Der gewählte Untersuchungsraum umfaßt sowohl Teile des paläozoischen Mittelgebirgsrumpfes (Hintertaunus, Rheinisches Schiefergebirge), Buntsandsteingebiete des Nordhessischen Berglandes und quartär-vulkanisch geprägte Regionen (Vogelsberg, Westerwald) als auch die mit jungtertiären und quartären Sedimenten ausgefüllten Becken von Limburg und Gießen; die klimatische Differenzierung reicht von den feucht-kühlen Mittelgebirgslagen bis zu den wärmeren und relativ trockenen Becken. Eine ausreichende naturräumliche Variabilität der untersuchten Einzugsgebiete ist somit gesichert, was der Anwendbarkeit des Modells zugute kommt.

1. Der zeitvariante Modellansatz

Da die Zahl der möglichen Einflußgrößen auf die Entstehung des Abflusses im Fließgewässer fast unüberschaubar groß ist und ihr Zusammenwirken nach z. T. noch nicht bekannten Gesetzmäßigkeiten erfolgt, erscheint es gerechtfertigt, den Abflußvorgang als einen stochastischen Prozeß anzusehen, dessen Realisationen vom Zufall mitbestimmt werden. Diese Auffassung vom zufallsbeeinflussten Abflußprozeß bedeutet nicht zwangsläufig die Negation einer vollständigen Determiniertheit des Naturgeschehens; sie stellt vielmehr ein für die quantitative Bearbeitung sinnvolles Axiom dar.

Zur Analyse, Prognose und Synthese solcher stochastischer Prozesse wird zumeist von der Hypothese ausgegangen, daß sich der Gesamtprozeß durch additive Überlagerung mehrerer Komponenten darstellen läßt; diese werden jeweils unterschiedlichen Ursachenkomplexen zugeordnet: So verursacht der jahreszeit-

Tabelle 1: *Untersuchte Einzugsgebiete; Matrix der Inputdaten*
 Researched river basins; matrix of input data

Kenn- zeich.	Pegelname	Gewässer	Beob.jahre für Abfluß (bis 1972)	FN (km ²)	NJAHR (mm)	NWISO	TEMP (°C)	BODEN (%)	WALD (%)
A	Freienseen	Seenbach	15	11,0	945	0,93	7,6	19	59
B	Oberkleen	Kleebach	16	23,5	728	0,85	8,3	26	53
C	Feudingen	Lahn	23	25,0	1101	1,13	6,8	1	72
D	Löhnberg	Kallenbach	12	53,9	931	1,07	8,4	2	46
E	Haiger	Dill	15	63,0	1014	1,07	7,6	1	63
F	Rod a. d. Weil	Weil	21	77,1	875	0,82	7,6	16	58
G	Etzelmühle	Salzböde	13	81,2	847	0,99	8,2	16	42
H	Bonbaden	Solmsbach	13	98,6	761	0,88	8,4	18	56
I	Gießen	Wieseck	20	100,0	734	0,81	8,5	39	29
K	Gemünden	Wohra	13	101,8	754	0,91	7,9	48	53
L	Lollar	Lumda	12	128,9	746	0,83	8,3	43	35
M	Herbornseelbach	Aar (Dill)	17	135,5	809	0,94	8,1	13	43
N	Michelbach	Aar	12	143,7	774	0,87	8,1	26	49
O	Schulmühle	Mühlbach	16	145,0	718	0,80	8,2	41	34
P	Essershausen	Weil	22	206,2	817	0,80	8,1	22	47
Q	Weinähr	Gelbach	17	215,0	907	0,91	8,4	36	38
R	Dillenburg	Dill	21	250,8	982	1,06	7,6	4	50
S	Biedenkopf	Lahn	22	295,0	1005	1,10	7,3	4	71
T	Niederbrechen	Emsbach	10	305,2	699	0,74	8,4	46	38
U	Ober-Ofleiden	Ohm	17	317,3	888	0,91	7,8	25	30
V	Sarnau-West	Lahn	15	451,0	956	1,07	7,5	6	60
X	Breidenstein	Perf	7	113,4	972	1,07	7,5	7	41
Y	Niederwetter	Wetschaft	7	173,6	762	0,97	7,9	39	43
Z	Bartenhausen ¹⁾	Wohra	7	272,6	739	0,87	8,0	71	47

Stichprobe für die Modellkonstruktion: A bis V ¹⁾ Seit 1968 durch Hochwasserrückhaltebecken geringfügig beeinflusst.
 Beispielsweise: X bis Z

liche Gang der meteorologischen Elemente eine periodische Abflussschwankung 12monatiger Länge, wie sie sich z. B. in den mittleren monatlichen Abflußhöhen widerspiegelt. Langfristige Änderungen des Klimas, vor allem aber anthropogene Eingriffe im Flußgebiet können sich in einem Trend bemerkbar machen. Die Speicherwirkung im Flußgebiet (durch Boden und Gestein, Schnee etc.) und die Ausprägung des Niederschlagsregimes führen zu einer korrelativen Komponente, die sich daran erkennen läßt, daß in der Regel auf hohe Abflüsse eher wiederum hohe als niedrige folgen (positive Autokorrelation). Das durch Periode, Trend und korrelative Komponente nicht erklärbare Residuum schließlich wird als deterministisch nicht faßbare reine (d. h. stochastisch unabhängige) Zufallskomponente aufgefaßt.

In der Regel empfiehlt es sich, eine vorliegende Zeitreihe zunächst einer Trendanalyse zu unterziehen, da ein signifikanter Trend in den Daten eine weitere statistische Bearbeitung durch die damit gegebene Instationarität erheblich erschwert.

Für jedes Einzugsgebiet wird daher die zugehörige Beobachtungsreihe monatlicher Abflußhöhen zunächst daraufhin untersucht, ob in den Daten ein signifikanter

linearer Trend – bedingt durch anthropogene Änderungen des Abflußverhaltens (Gewässerausbau, Änderung der Nutzung etc.) – nachzuweisen ist. Zu diesem Zweck wird der Datenreihe eine Ausgleichsgerade angepaßt, deren Steigung ein Maß für die Stärke des linearen Trends ist und auf Signifikanz geprüft werden kann. Der dafür verwendete t-Test beruht auf der Voraussetzung annähernd normalverteilter und stochastisch unabhängiger Variabler. Da letzteres wegen der Existenz einer korrelativen Komponente nicht anzunehmen ist, wird der Trendtest separat für jeden Monat durchgeführt; eine Erhaltensneigung in den Daten ist so praktisch auszuschließen. Ein durch anthropogene Einflüsse verursachter Trend im Abflußverhalten kann dabei als gesichert gelten, wenn ein signifikanter gleichsinniger Trend nicht nur in einzelnen isolierten Monaten, sondern zumindest in gewissen Jahreszeiten (z. B. Vegetationsperiode) auftritt.

Ein signifikanter Trend ist nach diesem Kriterium in den verwendeten (allerdings nicht sehr langen) Datenreihen nicht nachzuweisen.

Die Superposition der drei übrigen Komponenten bildet den Ansatzpunkt für die Konstruktion des sog. MARKOV-Modells (nach FIERING und JACKSON, 1971, 56):

$$(1) \quad x_{i,j} = \bar{x}_j + r_j (x_{i,j-1} - \bar{x}_{j-1}) s_j / s_{j-1} + z_{i,j} \cdot s_j (1 - r_j)^{\frac{1}{2}},$$

wobei: $i = 1, 2, \dots$ (Jahresindex)

$j = 1, 2, \dots, 12$ (zyklischer Monatsindex)

$x_{i,j}$ = synthetischer Zeitreihenwert für das Jahr i und den Monat j

\bar{x}_j, s_j = monatliche Mittel und Standardabweichungen

r_j = Korrelationskoeffizient zwischen den Monaten j und $j - 1$

$z_{i,j}$ = standardnormalverteilte, stochastisch unabhängige Zufallszahlen.

Vom Typ her stellt dieses Modell einen Autoregressivansatz 1. Ordnung dar, dem die periodische Komponente der monatlichen Mittel überlagert ist. Der zweite additive Term dient als „Gedächtnis“ (Länge = 1 Zeiteinheit) des Modells, indem er durch den monatspezifischen Korrelationskoeffizienten einen entsprechenden Teil der Information des Vormonats auf den nachfolgenden Zeitreihenwert überträgt. Die Zufallskomponente gewährleistet in dieser speziellen Form die Übertragung bestimmter Eigenschaften der beobachteten in die künstlich erzeugte Zeitreihe. Detaillierte Darstellungen des MARKOV-Zeitreihenmodells geben in der deutschsprachigen Literatur KLEEBERG (1971) und SCHULTZ (1973).

Gegenüber anderen Modellansätzen zur Erzeugung synthetischer Zeitreihen (z. B. Moving Average-Modelle; vgl. BOX und JENKINS, 1970) zeichnet sich das MARKOV-Modell durch einen unkomplizierten formalen Ansatz und leichte numerische Handhabung aus; die einzelnen Komponenten lassen sich hydrologisch sinnvoll interpretieren. Ein weiterer Vorteil liegt in der leichten Bestimmbarkeit der Modellparameter, die selbst aus kurzen Beobachtungsreihen noch relativ zuverlässig geschätzt werden können. Als Nachteil gegenüber anderen Zeitreihenmodellen ist anzuführen, daß mit diesem Ansatz die Erzeugung von stochastischen Prozessen mit sehr langsam abklingender Autokorrelationsfunktion auf praktische Schwierigkeiten stößt und die Simulation des sogenannten HURST-Effektes (vgl. z. B. KLEMES, 1974) nicht gelingt. Die Beschränkung auf den Autoregressivansatz 1. Ordnung erscheint im Hinblick auf die gewählte Zeitbasis gerechtfertigt.

Dieser Modellansatz erzeugt synthetische Zeitreihenwerte $x_{i,j}$, die einer Normalverteilung folgen. Dies steht nicht nur im Widerspruch zu den fast ausnahmslos positiv-schiefen Stichprobenverteilungen der beobachteten monatlichen Abflußhöhen, sondern es bedeutet infolge der nach unten unbeschränkten Normalverteilung auch die gelegentliche Erzeugung negativer Abflußwerte. Diese unerwünschte Modelleigenschaft wird durch eine von MATALAS (1967, 939ff.) vorgeschlagene Modifikation ausgeschaltet. Anstelle der ursprünglichen Modellparameter

$$\bar{x}_j, s_j, r_j \quad (j = 1, 2, \dots, 12)$$

werden die Größen

$$\hat{\bar{x}}_j, \hat{s}_j, \hat{r}_j \quad (j = 1, 2, \dots, 12)$$

verwendet, die aus den Beziehungen

$$(2) \quad \bar{x}_j = \exp(\hat{\bar{x}}_j + \hat{s}_j^2/2)$$

$$(3) \quad s_j^2 = \exp(2\hat{s}_j^2 + 2\hat{\bar{x}}_j) - \exp(\hat{s}_j^2 + 2\hat{\bar{x}}_j)$$

$$(4) \quad r_j = (\exp(\hat{s}_j^2 \cdot \hat{r}_j) - 1) / (\exp(\hat{s}_j^2) - 1)$$

zu berechnen sind (vgl. auch BURGESS, 1972, 1493).

Ihre sinngemäße Verwendung im Ansatz (1) ergibt synthetische Werte $\hat{x}_{i,j}$, die anschließend durch

$$(5) \quad x_{ij} = \exp(\hat{x}_{i,j})$$

in die endgültigen Zeitreihenwerte transformiert werden.

Durch diese Modifikation werden logarithmisch (ln) – normalverteilte Abflußhöhen $x_{i,j}$ generiert. Diese Verteilung approximiert die beobachteten Stichprobenverteilungen für alle Monate recht gut (was mit einem KOLMOGOROV-Test geprüft werden kann); die Anwendung der Beziehung (5) gewährleistet gleichzeitig, daß

$$x_{i,j} > 0 \text{ für alle } i \text{ und } j$$

ausfällt, was für monatliche Abflußhöhen in dem gewählten Untersuchungsraum durchaus realistisch ist.

Mit Hilfe dieses Modelles können, ausgehend von einem beliebig zu wählenden Ausgangswert (z. B. \bar{x}_1) synthetische Abflußreihen monatlicher Werte in beliebiger Länge und Anzahl erzeugt werden, wozu lediglich die Modellparameter zu fixieren sind; die benötigten Zufallszahlen lassen sich in einem Zufallszahlengenerator (Monte Carlo-Methode) erzeugen.

Jede dieser synthetischen Zeitreihen zeichnet sich u. a. dadurch aus, daß in ihr die Parameter

$$\bar{x}_j, s_j, r_j \quad (j = 1, 2, \dots, 12)$$

als statistische Kenngrößen erhalten bleiben; diesbezüglich sind also beobachtete und die darauf basierenden künstlichen Abflußreihen statistisch gleichwertig.

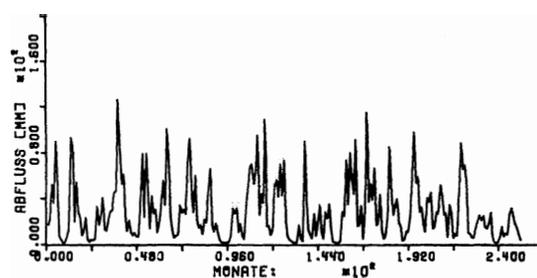


Abb. 2: Pegel Rod a. d. Weil: Monatliche Abflußhöhen (mm), 1952–1972

Gauging station Rod a. d. Weil: Monthly discharges (mm), 1952–1972

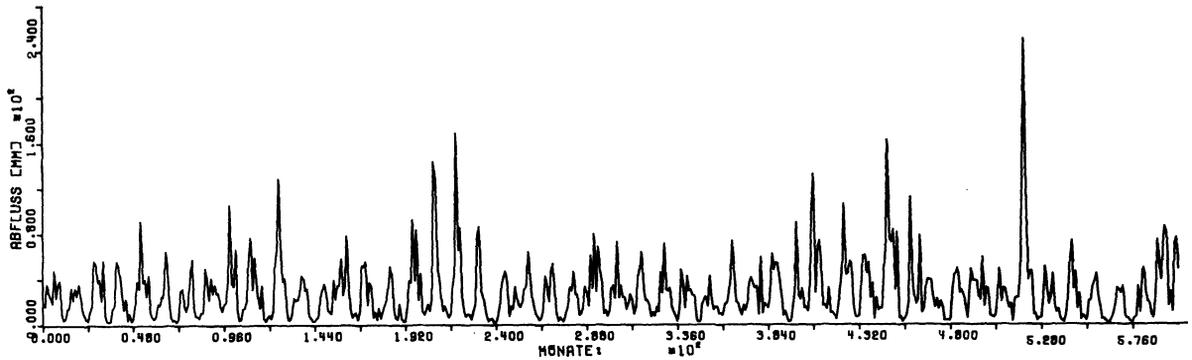


Abb. 3: Pegel Rod a. d. Weil: Monatliche Abflußhöhen (mm), 50 Jahre einer 100jährigen synthetischen Reihe
Gauging station Rod a. d. Weil: Monthly discharges (mm), 50 years of a 100 years synthetic sequence

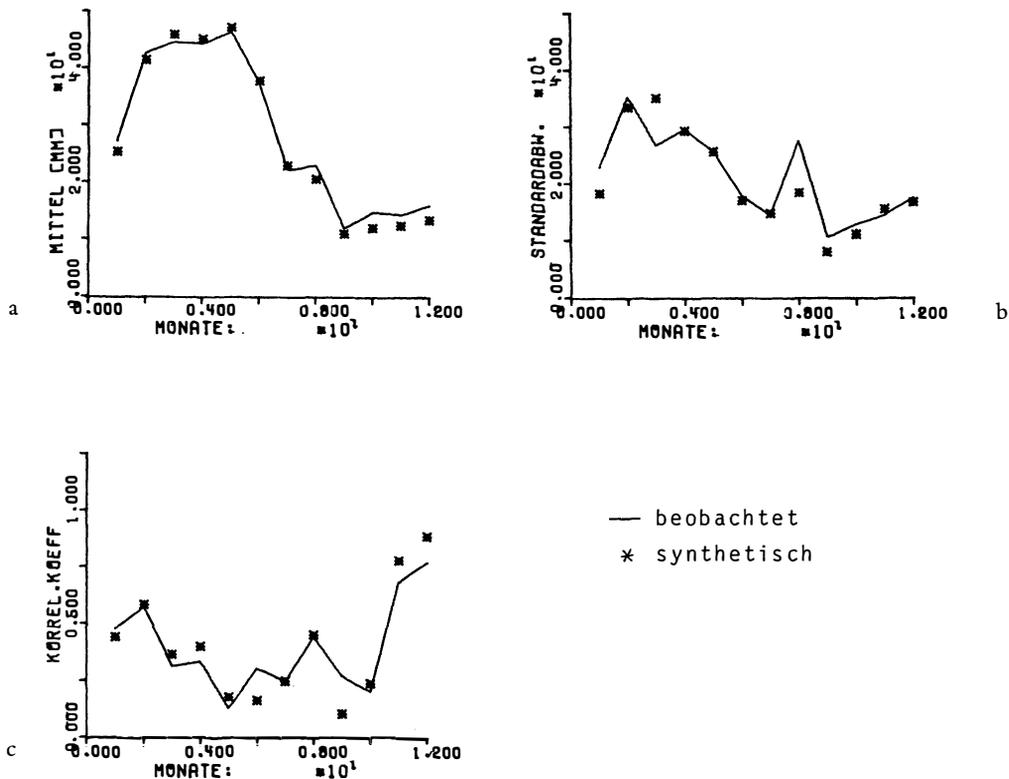


Abb. 4: Pegel Rod a. d. Weil: Monatliche statistische Kennwerte von beobachteter und synthetischer Abflußreihe (100 Jahre)

Gauging station Rod a. d. Weil: Monthly statistics of observed and synthetic discharge series (100 years)

Die Abb. 3 zeigt den ersten Teil einer derartigen synthetischen Zeitreihe monatlicher Abflußhöhen, wobei die notwendigen Modellparameter aus einer 21jährigen Beobachtungsreihe (Abb. 2) ermittelt worden sind. Schon der visuelle Vergleich beider Abflußreihen läßt deren Gleichartigkeit erkennen; der Vergleich der statistischen Kennwerte in der Abb. 4 erhärtet diese Feststellung. Deutlich sichtbar werden aber auch die

Besonderheiten der längeren synthetischen Zeitreihe; in ihr treten Extremereignisse geringer Eintrittswahrscheinlichkeit auf, die im kurzen Beobachtungszeitraum nicht vorhanden sind. Im Auftreten solcher zufällig nicht beobachteter aber doch wahrscheinlicher Extremwerte und Extremwertabfolgen liegt der spezielle Wert synthetischer Abflußreihen für die Simulation hydrologischer Systeme.

2. Erweiterung zu einem raumvarianten Modell

Wie im einleitenden Kapitel bereits ausgeführt wurde, ist eine unmittelbare Anwendung dieses Zeitreihenmodells nur dann möglich, wenn Beobachtungsdaten monatlicher Abflüsse für das betreffende Einzugsgebiet in ausreichender Qualität und Quantität zur Ermittlung der Modellparameter vorhanden sind. Ist dies nicht der Fall, so bietet sich als Ausweg eine Schätzung dieser Kennwerte durch bekannte oder leicht zu ermittelnde naturräumliche Charakteristika des Flußgebietes an. Diese Erweiterung des zeitvarianten Modells durch einen raumbezogenen Ansatz kann mit Hilfe der Regressionsanalyse durchgeführt werden, wobei als räumliche Stichprobenbasis 21 Flußgebiete aus dem Bereich der Lahn Verwendung finden.

Einen ersten Versuch zur Realisierung dieses Konzeptes unternahm BENSON und MATALAS (1967) im Einzugsgebiet des Potomac (USA), indem sie für die Modellparameter \bar{x}_j und s_j jeweils separate Regressionsgleichungen ermittelten (insgesamt also 24) und

die Korrelationskoeffizienten r_j als Mittelwerte des Gesamtgebietes bestimmten. Dieses Verfahren erscheint jedoch als nicht voll befriedigend, da zum einen der numerische Aufwand bei 24 Regressionsgleichungen unpraktikabel hoch ist und zum anderen die räumliche Variabilität der Korrelationskoeffizienten hohe Beträge erreichen kann (im vorliegenden Untersuchungsgebiet z. T. über 80%). Es wurde daher nach einer Methode gesucht, bei möglichst geringem Informationsverlust die Anzahl der notwendigen Regressionsgleichungen wesentlich zu verringern und gleichzeitig die Korrelationskoeffizienten an wechselnde naturräumliche Gegebenheiten anzupassen.

Die Abb. 5 zeigt exemplarisch die zeitliche Variation der Modellparameter über das hydrologische Jahr (November bis Oktober) für ein Flußgebiet aus dem Untersuchungsraum. Sieht man von kleineren Schwankungen und vereinzelt herausragenden Werten ab, so läßt sich generalisiert ein sinusförmiger Verlauf für alle drei Parametertypen erkennen. Er spiegelt den dominanten Einfluß der letztlich strahlungsabhängigen Abflußregimefaktoren im Untersuchungsgebiet wider.

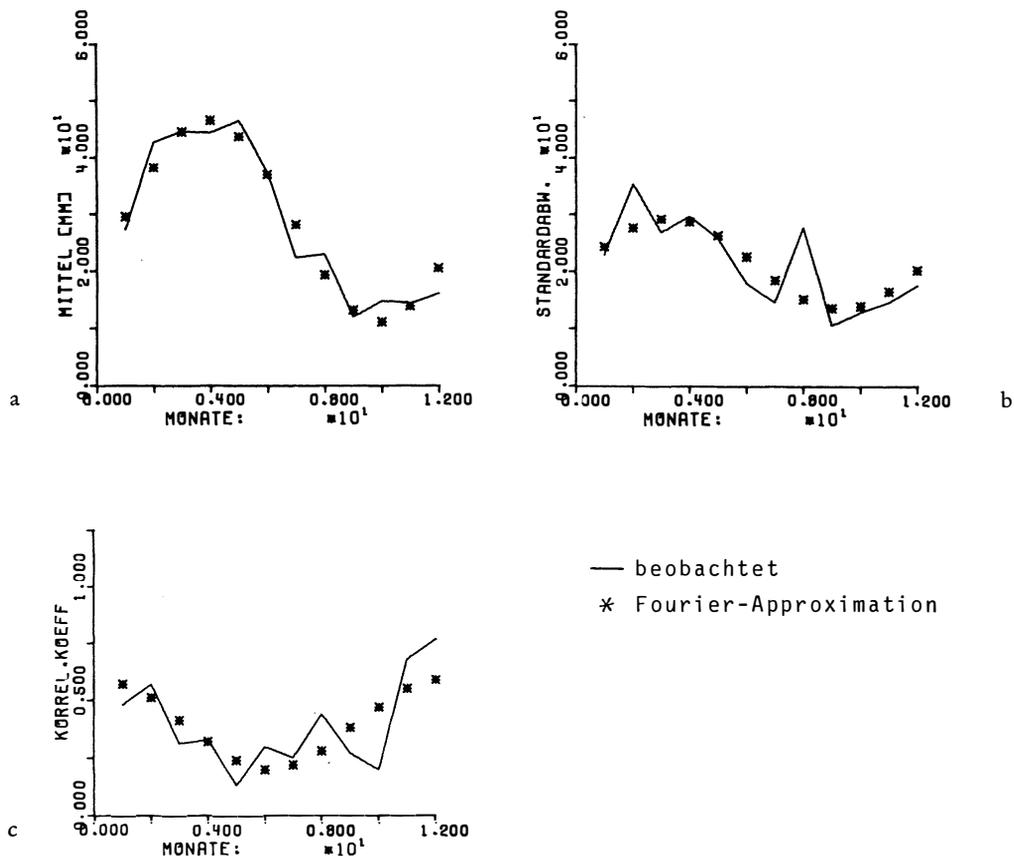


Abb. 5: Pegel Rod a. d. Weil: Fourier-Approximation der beobachteten monatlichen statistischen Kennwerte (= Parameter des MARKOV-Modells)

Gauging station Rod a. d. Weil: Fourier approximation of observed monthly statistics (= parameters of the MARKOV-model)

Zur Approximation und analytischen Darstellung derartiger saisonaler Schwankungen stellt die Fourier-Analyse eine geeignete und vielfach bewährte Technik dar (z. B. ROESNER und YEVDJEVICH, 1967). Dabei wird einer beobachteten Datenreihe die harmonische Reihe n-ter Ordnung

$$(6) \quad y(x) = a_0 + \sum_{k=1}^n (\alpha_k \cdot \cos kx + \beta_k \cdot \sin kx)$$

durch Bestimmung der Fourierkoeffizienten a_0 , α_k , β_k angepaßt; die Approximationsgenauigkeit wächst mit der Anzahl der in die Analyse einbezogenen n harmonischen Komponenten. Anstelle des Ansatzes (6) wird gelegentlich der mehr anschauliche, mathematisch jedoch äquivalente Ansatz

$$(7) \quad y(x) = a_0 + \sum_{k=1}^n a_k \sin(kx + \varphi_k)$$

gewählt, der aus einer Überlagerung reiner Sinus-Schwingungen besteht. Dabei sind die Amplituden a_k , die Phasenwinkel φ_k , sowie a_0 als arithmetisches Mittel aus der Datenreihe zu bestimmen; eine Beschreibung der numerischen Lösungsmöglichkeiten findet sich z. B. bei CONRAD und POLLAK (1962, 119ff.).

Eine Entscheidung über die Anzahl n der in die Analyse einzubeziehenden harmonischen Komponenten muß sich im vorliegenden Fall nach zwei konkurrierenden Kriterien richten:

- möglichst hohe Approximationsgenauigkeit durch Superposition mehrerer harmonischer Komponenten;
- möglichst geringe Anzahl von Fourier-Koeffizienten (Anzahl = $1 + 2n$), da diese mit Hilfe je einer Regressionsgleichung aus naturräumlichen Charakteristika der Einzugsgebiete geschätzt werden sollen.

Versuche, die mit verschiedenen Werten für n durchgeführt wurden, zeigten folgende Ergebnisse: Für die monatlichen Mittel \bar{x}_j erbringt $n = 1$ bereits gute Approximationen, die für größere n nur noch in geringem Maße zu verbessern sind (vgl. Abb. 5a). Bedingt durch hohe Winterniederschläge (Mittelgebirgstyp mit z. T. primärem Wintermaximum) und geringe Evapotranspiration treten im Dezember bei einigen Flußgebieten hohe Abflüsse auf, die auch durch Einbeziehen höherfrequenter Komponenten nicht optimal angepaßt werden. Gleichwertige Ergebnisse für die Standardabweichungen s_j und Korrelationskoeffizienten r_j lassen sich nur mit 2 oder mehr harmonischen Komponenten erzielen, die vor allem eine verbesserte Anpassung für die in einigen Fällen auftretenden singulären Extremwerte erbringen (z. B. sekundäre Sommermaxima bei den Standardabweichungen infolge der hohen Variabilität der sommerlichen Niederschläge). Bei Verwendung einer einzigen Sinusschwingung ist jedoch noch eine ausreichende Approximationsgüte zu erzielen (vgl. Abb. 5b, c).

In Anbetracht der Zielsetzung eines möglichst einfach zu handhabenden raumvarianten Ansatzes er-

scheint es daher gerechtfertigt, für die numerische Darstellung der Zeitreihenmodellparameter lediglich die erste harmonische Komponente zu verwenden; mithin gelten für die approximativen Modellparameter \bar{x}_j^* , s_j^* und r_j^* folgende diskretisierte analytische Ausdrücke:

$$(8) \quad \bar{x}_j^* = \bar{x} + a_x \cdot \sin((j-1)\pi/6 + \varphi_x)$$

$$(9) \quad s_j^* = \bar{s} + a_s \cdot \sin((j-1)\pi/6 + \varphi_s)$$

$$(10) \quad r_j^* = \bar{r} + a_r \cdot \sin((j-1)\pi/6 + \varphi_r)$$

wobei: $j = 1, 2, \dots, 12$ (Monatsindex)

\bar{x} , \bar{s} , \bar{r} = arithmetische Mittel der gegebenen \bar{x}_j , s_j , r_j

a_x , a_s , a_r = Amplitude der Sinus-Schwingung

φ_x , φ_s , φ_r = Phasenwinkel der Sinus-Schwingung.

Auf diese Weise läßt sich die für die 36 Parameter des Zeitreihenmodells notwendige Information mit tragbaren Verlusten durch das Approximationsverfahren auf 9 Kennwerte für den Fourier-Ansatz komprimieren.

Eine Schätzung der Zeitreihenmodell-Parameter auf der Grundlage einzugsgebietstypischer Variabler erfordert danach nur noch 9 Schätzgleichungen, die mit Hilfe der multiplen linearen Regressionsanalyse aufgestellt werden sollen. Es handelt sich dabei um eine auf Stichprobenbasis arbeitende statistische Methode zur Verknüpfung einer zu schätzenden Variablen (Regressand) mit ggf. mehreren steuernden Variablen (Regressoren).

Dabei wird vom sog. Korrelationsmodell der Regressionsanalyse ausgegangen, bei dem alle beteiligten Variablen als zufallsbeeinflusste, stochastisch unabhängige Größen angesehen werden; es wird angenommen, daß sie einer mehrdimensionalen Normalverteilung folgen (vgl. z. B. TAUBENHEIM, 1969, 118). Die Normalität jeder Randverteilung ist eine notwendige, allerdings nicht hinreichende Bedingung dafür. Da die verwendeten Variablen z. T. signifikante Schiefewerte aufweisen, ist mit Hilfe geeigneter Funktionen (z. B. $\ln, \sqrt{\quad}$) eine Transformation auf angenäherte Normalverteilung vorzunehmen. Als Entscheidungskriterium dient dabei der KOLMOGOROV-Test; es wird diejenige Transformation gewählt, die zu einem Minimalwert der betr. Prüfgröße führt.

Der hier verwendete multiple lineare Regressionsansatz hat die Form:

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + b_n X_n$$

mit: Y = Regressand; X_1, \dots, X_n = Regressoren

b_0 = Regressionskonstante

b_1, \dots, b_n = partielle Regressionskoeffizienten.

Die b-Werte sind aus der mehrdimensionalen Stichprobe zu schätzen. Hinsichtlich geeigneter Schätz- und Prüfmethoden sei auf die statistische Spezialliteratur (z. B. DRAPER und SMITH, 1966) verwiesen.

Als Regressanden sind die Koeffizienten der drei Fourier-Ansätze (8), (9), (10)

$$\bar{x}, a_x, \varphi_x; \bar{s}, a_s, \varphi_s; \bar{r}, a_r, \varphi_r$$

vorgegeben.

Die Regressoren stellen einzugsgebietstypische Variable dar; sie sollten einerseits die den Abflußprozeß im Flußgebiet steuernden Faktoren einschließlich der klimatischen Verhältnisse möglichst gut repräsentieren, andererseits aus praktischen Gründen einfach zu quantifizieren sein. Insgesamt werden 13 derartige naturräumliche Variable in die statistische Analyse einbezogen. Gemäß der dominierenden Rolle des Niederschlages bei der Steuerung des Abflußverhaltens kommt dieser Variablengruppe eine besondere Bedeutung zu; die Bestimmung der Niederschlagsvariablen geschieht auf der Grundlage monatlicher Niederschlagshöhen aus der einheitlich für alle Gebiete erfaßten Periode 1963–1972. Das verwendete Meßstellennetz ist aus der Tabelle 2 ersichtlich. Mit Hilfe

Tabelle 2: Verzeichnis der Niederschlagsstationen
List of precipitation stations

Lfd. Nr.	Stationsname	Lfd. Nr.	Stationsname
1	Allendorf (WZ)	35	Hillscheid
2	Alten-Buseck	36	Hirzenhain
3	Amönau	37	Homburg (Ohm)
4	Bad Schwalbach	38	Idstein
5	Berghofen	39	Kirchhain
6	Bickern	40	Kl. Feldberg
7	Biedenkopf	41	Laasphe
8	Brandobendorf	42	Löhlbach
9	Braunfels	43	Mandeln
10	Breithard	44	Mappersheim
11	Burbach	45	Mellnau
12	Burg-Gemünden	46	Mengerskirchen
13	Camberg	47	Montabaur
14	Cölbe	48	Niederbrechen
15	Dillbrecht	49	Niederkleen
16	Dilschhausen	50	Neuhof
17	Ehringshausen	51	Oberndorf-Rüdershausen
18	Eisenroth	52	Quotshausen
19	Eppenroth	53	Rauschenberg
20	Erda	54	Rosenthal
21	Freienseen	55	Ruppertenrod
22	Frickhofen	56	Sackpfeife
23	Fronhausen	57	Selters
24	Gemmrich	58	Singhofen
25	Gemünden	59	Treis
26	Geroldstein	60	Treisberg
27	Gießen	61	Ulrichstein
28	Gilsberg	62	Weilburg
29	Gladenbach	63	Weilmünster
30	Grünberg	64	Weilrod-Neuweilnau
31	Haiger	65	Wiesefeld
32	Haina	66	Willersdorf
33	Hainchen	67	Wommelshausen
34	Halsdorf	68	WZ-Nauborn

der EDV-adäquaten, allerdings recht groben Thiessen-Polygon-Methode werden die Datenreihen der Gebietsniederschläge für jedes Flußgebiet und daraus wiederum die verschiedenen Niederschlagsvariablen errechnet. Alle übrigen Variablen sind so ausgewählt, daß sie in sehr einfacher Weise aus topographischen, pedologischen und klimatologischen Karten zu entnehmen sind; sie dienen zur Kennzeichnung der Temperatur- und Schneeverhältnisse, der Relief- und Bodeneigenschaften sowie der Bedeckung mit Wald und Siedlungsflächen. Im folgenden werden nur diejenigen Variablen kurz erläutert, die nach Durchführung der Regressionsanalysen letztlich in die Schätzgleichungen eingehen. Es sind dies:

NJAHR = mittlere jährliche Höhe des Gebietsniederschlages in mm.

NWISO = Verhältnis der Niederschlagshöhen des Winterhalbjahres (Nov. bis Apr.) zum Sommerhalbjahr (Mai bis Okt.).

TEMP = Jahresmitteltemperatur im langjährigen Mittel in °C als Gebietsmittelwert, errechnet aus der Isothermenkarte 1:200 000 des Gewässerkundlichen Kartenwerkes Hessen.

BODEN = Variable zur näherungsweise Charakterisierung der hydrologischen Eigenschaften der im Einzugsgebiet verbreiteten Böden: Prozentanteil der Flächen mit mittel- bis tiefgründigen Böden guter Wasseraufnahmefähigkeit und Speichermöglichkeit im Untergrund (z. B. nicht zu stark tonhaltige Böden auf Löß und anderen pleistozänen/quartären Sedimenten, sandige Böden auf Sandsteinen etc.) – kartiert auf der Grundlage der Bodenübersichtskarte 1:300 000 (Hessen, NRW).

WALD = prozentualer Anteil der mit Wald bedeckten Flächen an der Gesamtfläche des topographischen Einzugsgebietes; kartiert auf der Grundlage der topographischen Karte 1:50 000.

In dieser Zusammenstellung der in den Schätzgleichungen letztlich verwendeten Regressoren fehlen einige naturräumliche Variable, die bekanntermaßen steuernde Effekte auf den Abflußprozeß ausüben, so z. B. die Größe des topographischen Einzugsgebietes oder etwa eine Indexgröße, die mittlere Dauer und Höhe der Schneedecke angibt. Dieser an sich überraschende Sachverhalt läßt sich aus der Eigenart des verwendeten statistischen Verfahrens und der zugehörigen Voraussetzungen erklären: die Regressionsanalyse stellt einen numerischen Zusammenhang zwischen Regressand und Regressoren lediglich auf der Basis statistischer Beziehungen her, die durch partielle Korrelationskoeffizienten gemessen werden; dabei werden nur solche Regressoren in die Schätzgleichungen einbe-

zogen, die zu einer signifikanten Verringerung der durch die Regressionshyperebene noch nicht erfaßten Restvarianz der Stichprobenpunktwolke beitragen. Kausale Gesichtspunkte werden dabei stets erst vom Bearbeiter in Form einer Hypothese oder Interpretation eingeführt. So kommt z. B. der Variablen „Einzugsgebietsgröße“ wohl deshalb keine Signifikanz als Regressor zu, weil die Abflußdaten in der von der Größe des zugehörigen Flußgebietes nur noch schwach beeinflussten Maßeinheit „mm“ verwendet werden.

Die Auswahl eines statistisch wie kausal optimalen Regressorentupels stellt bei jeder Regressionsanalyse das Hauptproblem dar. Insbesondere ist nämlich darauf zu achten, daß die Regressoren nicht interkorreliert sind; andernfalls (wie z. B. bei TEMP und einem Schneeindex) treten nicht nur numerische Probleme bei der Berechnung der partiellen Regressionskoeffizienten durch quasisinguläre Matrizen auf, sondern es können auch Regressionsgleichungen mit sachlich unsinnigen Vorzeichen in den Koeffizienten resultieren. Mit der Hauptkomponentenanalyse (z. B. ÜBERLA, 1968) existiert ein statistisches Verfahren zur Aufdeckung solcher Abhängigkeitsstrukturen in Variablen-tupeln; für die praktische Durchführung eignet sich ein von EFRONYSON (1960) angegebener Algorithmus.

Tabelle 3: Ergebnisse der Regressionsanalyse

Results of regression analysis

Regressand: $\ln \bar{x}$

Regressoren	part. Regr. Koeff.	Netto-Regr.	Signifikanz
ln NJAHR	2,522	0,81	***
TEMP	— 0,181	—0,20	**
Regr. Konst.	—12,182		
S = 0,414	SS = 0,097	B = 0,95 ***	

Regressand: $\ln a_x$

Regressoren	part. Regr. Koeff.	Netto-Regr.	Signifikanz
ln NJAHR	2,335	0,62	***
BODEN	— 0,0119	—0,37	**
Regr. Konst.	—12,576		
S = 0,505	SS = 0,172	B = 0,90 ***	

Regressand: φ_x

Regressoren	part. Regr. Koeff.	Netto-Regr.	Signifikanz
ln NWISO	1,327	0,87	***
WALD	— 0,0039	—0,25	*
Regr. Konst.	0,454		
S = 0,190	SS = 0,135	B = 0,55 ***	

Regressand: $\sqrt[2]{\bar{s}}$

Regressoren	part. Regr. Koeff.	Netto-Regr.	Signifikanz
ln NJAHR	5,473	0,68	***
WALD	0,0154	0,20	**
BODEN	— 0,0119	—0,17	*
Regr. Konst.	—32,782		
S = 1,068	SS = 0,315	B = 0,93 ***	

Regressand: $\ln a_s$

Regressoren	part. Regr. Koeff.	Netto-Regr.	Signifikanz
ln NWISO	2,503	0,64	***
BODEN	— 0,0107	—0,35	**
Regr. Konst.	2,798		
S = 0,488	SS = 0,178	B = 0,88 ***	

Regressand: φ_s

Regressoren	part. Regr. Koeff.	Netto-Regr.	Signifikanz
ln NJAHR	1,040	0,69	***
Regr. Konst.	— 6,618		
S = 0,201	SS = 0,148	B = 0,48 **	

Regressand: $\sqrt[2]{\bar{r}}$

Regressoren	part. Regr. Koeff.	Netto-Regr.	Signifikanz
ln NJAHR	— 0,410	—0,77	***
Regr. Konst.	3,389		
S = 0,071	SS = 0,046	B = 0,59 ***	

Abk.: S = Standardabweichung des Regressanden
 SS = Standardschätzfehler der Regression
 B = multiples Bestimmtheitsmaß.

Signifikanzen gegen Null: *** = 1%-Niveau
 ** = 5%-Niveau
 * = 10%-Niveau
 * = 15%-Niveau

Die Ergebnisse der Regressionsanalysen können der Tabelle 3 entnommen werden. Mit entsprechenden Testmethoden sind sowohl das multiple Bestimmtheitsmaß, das den durch die Regression erklärten Varianzanteil des Regressanden angibt, als auch jeder Regressionskoeffizient auf Signifikanz gegen Null geprüft; die gleichzeitig aufgeführten Netto-Regressionskoeffizienten (Beta-Werte) ermöglichen eine vergleichende Analyse des Einflusses der verschiedenen Regressoren auf den Regressanden und damit eine Interpretation. Wie die multiplen Bestimmtheitsmaße und die Standardschätzfehler zeigen, lassen die Regressionsgleichungen für die Fourier-Koeffizienten \bar{x} , a_x , \bar{s} , a_s gute Schätzungen erwarten. Die Ergebnisse für

φ_x , φ_s und \bar{r} sind dagegen relativ schlecht und liegen an der Grenze der praktischen Brauchbarkeit; bei der Anwendung dieser Regressionsbeziehungen ist infolgedessen mit einer größeren Fehlerstreuung zu rechnen. Die Aufstellung von signifikanten Schätzgleichungen für die beiden übrigen Koeffizienten a_r , φ_r ist auf der gegebenen Datengrundlage nicht möglich; in den folgenden Beispielen wird daher mit deren arithmetischen Mittelwerten im Untersuchungsgebiet gerechnet:

$$\bar{a}_r = 0,146 \text{ (räumliche Variabilität = 35\%)}$$

$$\bar{\varphi}_r = 2,218 \text{ (räumliche Variabilität = 29\%)}$$

Bei der Suche nach den Gründen für die nicht voll befriedigenden Ergebnisse in den genannten Fällen ist zunächst der vergleichsweise geringe Stichprobenumfang von $N = 21$ zu nennen, auf dem die Regressionsanalysen beruhen; steuernde Variable mit schwächerem Einfluß kommen daher nicht hinreichend zur Geltung. Eine Erweiterung der räumlichen Stichprobenbasis durch Hinzunahme weiterer, naturräumlich möglichst verschiedenartiger Einzugsgebiete sollte daher angestrebt werden. Weiterhin fällt auf, daß vor allem die Phasenwinkel schlecht oder gar nicht geschätzt werden können; hier sind offensichtlich die Inputvariablen zur Kennzeichnung der zeitlichen Lage von Extremwerten im Abflußregime zu grob gefaßt. Abhilfe wäre durch eine detailliertere Auswertung der Niederschlagsdaten zu schaffen, jedoch würde dabei ein praxisrelevanter Vorzug der hier benutzten Variablen verloren gehen: Alle verwendeten Niederschlagscharakteristika lassen sich nämlich notfalls auch aus klimatologischen Karten entnehmen.

Ein besonderes Augenmerk ist noch auf die Korrelationskoeffizienten zu richten. Das Ziel der oben angesprochenen räumlichen Variabilität bei ihrer Bestimmung ist zwar durch die Schätzgleichung für den Koeffizienten \bar{r} des Fourier-Ansatzes im Prinzip erreicht, jedoch befriedigt die Verwendung von räumlichen Mittelwerten für a_r und φ_r noch nicht. Abgesehen von wahrscheinlichen Verbesserungen durch vergrößerten Stichprobenumfang und verfeinerte Inputvariable könnte z. B. geprüft werden, ob eine intervallspezifische Schätzung mit Hilfe der Diskriminanzanalyse zu brauchbaren Ergebnissen führt.

3. Beispiele

An zwei Beispielen sollen Anwendbarkeit, Schätzgenauigkeit und Beschränkungen des entwickelten zeit- und raumvarianten Modells zur Erzeugung synthetischer Abflußreihen aufgezeigt werden; es werden dafür nur solche Einzugsgebiete herangezogen, die wegen der geringen Länge der beobachteten Abflußreihen (je 7 Jahre) nicht in die Stichprobe zur Modellkonstruktion eingegangen sind. Durch die Existenz der Beobachtungsreihen ist es möglich, die Schätzgenauigkeit des Modells in diesen Fällen zu überprüfen.

Zur Anwendung des raumvarianten Ansatzes müssen für das betreffende Einzugsgebiet zunächst die notwendigen naturräumlichen Charakteristika NJAHR, NWISO, TEMP, BODEN und WALD ermittelt wer-

den; die zugehörigen Werte sind in der Tabelle 1 aufgeführt. Diese gehen als Inputwerte in die Regressionsgleichungen zur Schätzung der Fourier-Koeffizienten ein. Die Ergebnisse dieser Einzelschätzungen sind in der Tabelle 4 aufgeführt, wobei die 90%-Konfidenzintervalle (für Schätzwert als Mittelwert) als zusätzliche Information über den jeweiligen Mutungsbereich angegeben werden. Die Regressionsschätzungen wer-

Tabelle 4: Beispiele: Geschätzte Koeffizienten des Fourier-Ansatzes

Examples: Estimated coefficients of Fourier approximation

Beispiel	Koeffizienten des Fourier-Ansatzes		90%-Konfidenzintervall	
	Koeffizient	beobachtet		geschätzt
Breidenstein	\bar{x}	43,2	44,9	41,7 / 48,4
	a_x	32,3	30,0	26,4 / 34,0
	φ_x	0,26	0,39	0,25 / 0,52
	\bar{s}	29,0	29,3	25,7 / 33,1
	a_s	22,6	19,4	17,0 / 22,0
	φ_s	0,45	0,54	0,44 / 0,64
	\bar{r}	0,36	0,32	0,29 / 0,36
	a_r	0,13	0,16	Mittelwert
	φ_r	0,63	2,22	Mittelwert
Bartenhausen	\bar{x}	21,7	20,6	18,7 / 22,6
	a_x	10,6	7,4	4,9 / 11,0
	φ_x	0,10	0,09	0,02 / 0,16
	\bar{s}	9,3	10,5	6,5 / 15,5
	a_s	9,8	5,8	3,9 / 8,8
	φ_s	0,48	0,25	0,15 / 0,35
	\bar{r}	0,45	0,46	0,42 / 0,50
	a_r	0,37	0,16	Mittelwert
	φ_r	0,83	2,22	Mittelwert

den anschließend als Koeffizienten in den Fourier-Ansätzen (8), (9), (10) verwendet, wodurch man die benötigten 36 Parameter

$$\bar{x}_j, s_j, r_j \quad (j = 1, \dots, 12)$$

für den zeitvarianten Modellansatz erhält. Damit lassen sich schließlich synthetische Datenreihen monatlicher Abflußhöhen für das betreffende Einzugsgebiet in beliebiger Länge und Anzahl erzeugen.

Das erste Beispiel (Pegel Breidenstein) zeigt insgesamt befriedigende Schätzergebnisse des raumvarianten Ansatzes für die Parameter des Zeitreihenmodells. Im Vergleich mit den durch die Sinusfunktion approximierten Werten (Abb. 6) sind die Fehler bei den monatlichen Mittelwerten und Standardabweichungen gering. Bei den Korrelationskoeffizienten ergeben sich dagegen deutliche Abweichungen; sie resultieren ausschließlich aus der starken Diskrepanz zwischen dem räumlichen Mittel des Phasenwinkels φ_r und dem approximierten Wert für dieses Beispiel.

Der Vergleich mit den aus der Beobachtungsreihe errechneten Kennwerten läßt z. T. auf gravierende Fehlschätzungen schließen; während dies bei den Mit-

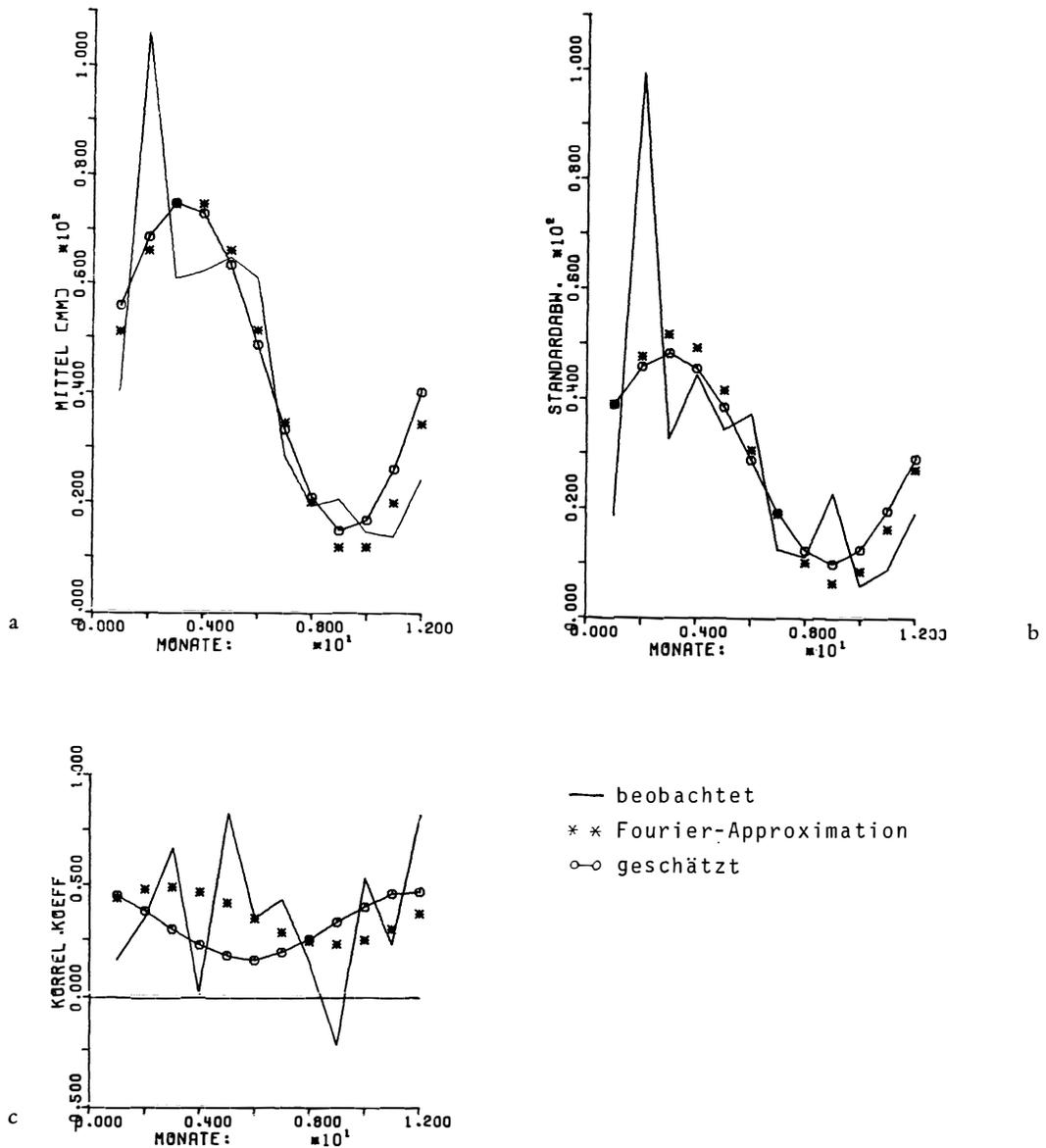


Abb. 6: Pegel Breidenstein: Vergleich der geschätzten Parameter des MARKOV-Modells mit den beobachteten und durch Fourier-Ansatz approximierten Werten

Gauging station Breidenstein: Comparison of estimated, observed and approximated parameters of the MARKOV-model

telwerten und Standardabweichungen nur für singuläre Monate zutrifft, scheint bei den Korrelationskoeffizienten sogar die Zweckmäßigkeit der Fourier-Approximation in Frage zu stehen. Hierzu ist anzumerken, daß in diesem wie auch im folgenden Beispiel die Berechnung der Kennwerte auf der Basis lediglich 7-jähriger beobachteter Abflüsse erfolgt (dagegen im Mittel 16 Jahre bei der Stichprobe für die Modellkonstruktion), weshalb mit einer stärkeren Streuung der Werte zu rechnen ist; dieser Stichprobenfehler macht sich bei der hier verwendeten Momentenmethode vor allem bei den Korrelationskoeffizienten bemerkbar.

Als Vergleichsmaßstab zur Beurteilung der Schätzgenauigkeit sind diese Werte daher nur bedingt brauchbar. Eine geeignete Methode zur Verringerung des zeitlichen Stichprobeneffektes ist in diesem Falle die Anwendung eines Tiefpaß-Filters (z. B. gleitende Mittelwerte) zur Unterdrückung unerwünschter Fluktuationen (z. B. TAUBENHEIM, 1969, 311f.); sie wird hier nicht angewendet, weil der Fourier-Ansatz praktisch eine (stärker wirksame) Bandpaßfilterung darstellt. Insbesondere bei kurzen Beobachtungsreihen können die derart gefilterten Werte also durchaus den realitätsnäheren Vergleichsmaßstab abgeben.

Mit Hilfe des zweiten Beispiels (Pegel Bartenhausen) sollen gewisse Beschränkungen aufgezeigt werden, denen der raumvariante Modellansatz unterliegt. Wie die Tabelle 1 zeigt, hat die Inputvariable BODEN für dieses Flußgebiet einen extrem hohen Wert, der weit außerhalb des durch die Stichprobe zur Modellkonstruktion vorgezeichneten Intervalles liegt. Wendet man auch für diesen Fall die Regressionsgleichungen an, so resultieren starke Fehlschätzungen bei allen Koeffizienten, in deren Ermittlung dieser Regressor mit starkem Gewicht eingeht (hier insbesondere a_x und a_s); entsprechend weit (relativ zur absoluten Größe des Regressanden) fallen auch die Konfidenzintervalle aus. Derartig starke Extrapolationen des Modells lassen sich zwar numerisch stets durchführen, deren Ergebnisse sind jedoch mit einem Unsicherheitsfaktor behaftet, der mit zunehmender Entfernung des Input-Tupels vom Schwerpunkt der Stichprobepunktwolke zunimmt. Generell ist daher zu empfehlen, die entwickelte raumvariante Erweiterung des Zeitreihenmodells nur auf solche Einzugsgebiete anzuwenden, die in ihrer naturräumlichen Ausstattung den Rahmen der räumlichen Stichprobe nicht zu weit verlassen; dies gilt primär für die verwendeten Regressoren, ist sinnvollerweise aber auch auf die nicht einbezogenen Einzugsgebietscharakteristika wie etwa die Größe des Flußgebietes oder die Reliefverhältnisse zu übertragen.

Abschließend soll eine Möglichkeit zur Anwendung dieses zeit- und raumvarianten Modells in der planerischen Praxis am Beispiel des Pegels Breidenstein näher erörtert werden. Hypothetisch sei angenommen, daß an dieser Stelle ein Versorgungsspeicher (mit Überjahresspeicherung) errichtet werden soll, der während einer geplanten Betriebsdauer von 100 Jahren eine konstante Entnahmemenge (einschließlich aller Betriebsverluste) E gewährleistet:

$$E_{\text{const.}} = a \cdot QM \text{ [m}^3\text{/sec]}$$

mit: QM = mittlerer jährlicher Abfluß

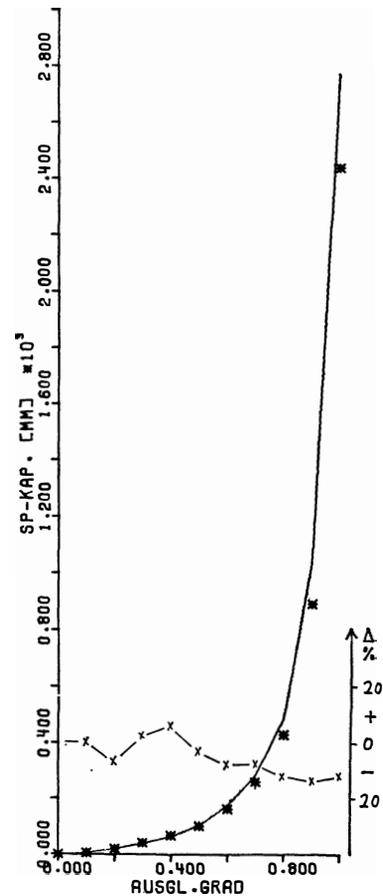
a = Ausgleichsgrad, $0 \leq a \leq 1$.

Der Versorgungsspeicher soll für eine 90%ige Sicherheitswahrscheinlichkeit (d. h. er läuft durchschnittlich in jeder zehnten 100jährigen Betriebsperiode leer) auf der Basis monatlicher Werte bemessen werden.

Die zur numerischen Lösung dieses Optimierungsproblems in der wasserwirtschaftlichen Planung angewandte Summenlinien-Methode, auf die hier nicht näher eingegangen wird (vgl. dazu SCHULTZ, 1973, 65ff., 175ff.), erfordert als Datengrundlage eine möglichst große Anzahl 100jähriger Abflußreihen monatlicher Werte für das zur Sperrenstelle gehörige Einzugsgebiet. Für jede dieser 100jährigen Datenreihen wird dann durch Simulation des Speicherbetriebes bei gegebenem Ausgleichsgrad a die zugehörige optimale Speichergröße berechnet; die resultierende Häufigkeitsverteilung dieser Speichergrößen erlaubt eine Be-

messung des Speichers auf das einkalkulierte 10%ige Versagensrisiko.

Liegt für das betreffende Flußgebiet keine mehrjährige Beobachtungsreihe monatlicher Abflüsse vor, so kann (unter Beachtung der oben erwähnten Einschränkungen) das hier konstruierte zeit- und raumvariante Modell herangezogen werden. Die im ersten Beispiel als Ergebnis des raumvarianten Ansatzes vorgestellten Schätzwerte für \bar{x}_j , s_j , r_j gehen als Parameter in das zeitvariante Modell (1) ein; im vorliegenden Fall werden damit 50 synthetische Abflußreihen 100-jähriger Dauer erzeugt, auf deren Grundlage unter Annahme einer logarithmischen Normalverteilung für die Speichergrößen anschließend die Speicherbemessung erfolgt.



Berechnungsgrundlage:

— beobachtete Abflußdaten

* raumvarianter Ansatz

x-x prozentualer Fehler

Abb. 7: Pegel Breidenstein: Speicherwirkungslinie auf der Basis der beobachteten Daten und des raumvarianten Modellansatzes

Gauging station Breidenstein: Level of development versus storage curve basing on observed data and space-varying model

Das Ergebnis zeigt die Abbildung 7 in Form einer Speicherwirkungslinie, die den Zusammenhang zwischen geplantem Ausgleichsgrad α und zugehöriger notwendiger Speicherkapazität (umgerechnet in mm Speicherhöhe für die Gesamtfläche des Einzugsgebietes) für die definierten Betriebsbedingungen darstellt. Zu Vergleichszwecken ist zudem diejenige Speicherwirkungslinie aufgeführt, die auf der Grundlage der existierenden 7-jährigen Beobachtungsreihe durch Anwendung allein des zeitvarianten Ansatzes berechnet werden kann. Die Betrachtung der absoluten und prozentualen Fehler erlaubt (zumindest in diesem Fall) die Feststellung, daß durch den raumvarianten Ansatz das Fehlen von Beobachtungsdaten weitgehend kompensiert werden kann.

Die (auch in anderen untersuchten Beispielen) auftretende Neigung zur leichten Unterschätzung der Speicherwirkungslinie beruht auf dem starken Glättungseffekt, der durch die Fourier-Approximation bei den Parametern des Zeitreihenmodells auftritt. Eine Berücksichtigung der harmonischen Komponente 2. Ordnung (Periodenlänge = 6 Monate) würde zwar eine Minderung dieses Effektes bewirken, zugleich aber auch die Zahl der notwendigen Schätzgleichungen erhöhen. Detaillierte Untersuchungen an Kontrollstichproben von Einzugsgebieten mit langen Beobachtungsreihen (zur Verminderung des zeitlichen Stichprobenfehlers) könnten eine Klärung der Frage bringen, ob ggf. nach erfolgter Schätzung der Zeitreihenmodellparameter durch den raumvarianten Ansatz in den jeweils berechneten Sinusschwingungen eine zusätzliche Varianz entlang der Zeitachse etwa durch Restaurationmethoden (vgl. TAUBENHEIM, 1969, 330f.) oder Überlagerung mit einer reinen Zufallskomponente künstlich wieder erzeugt werden sollte.

4. *Schlußfolgerungen*

1. Das diskutierte zeit- und raumvariante Modell findet eine sinnvolle Anwendung in all den Fällen, bei denen zu Simulations- und Optimierungszwecken Datenreihen monatlicher Abflußhöhen beliebiger Länge und Anzahl benötigt werden, jedoch als Beobachtungsreihen nicht vorhanden, stark lückenhaft oder unzuverlässig sind. Eine Übertragung dieser Konzeption auf Datenreihen anderer Variabler (z. B. Wassertemperatur, Schwebstoffgehalt) ist prinzipiell möglich.
2. Das Modell sollte nur für solche Einzugsgebiete natürlicher Fließgewässer benutzt werden, die hinsichtlich ihrer naturräumlichen Ausstattung in dem durch die untersuchten Flußgebiete vorgezeichneten Rahmen bleiben; weitergehende Extrapolationen können zu starken Fehlschätzungen führen.
3. Für Abflußreihen, die einen signifikanten Trend enthalten oder eine starke Erhaltensneigung über längere Zeitabschnitte als einen Monat besitzen, ist das vorliegende Modell nicht definiert; falls notwendig, lassen sich diese Einschränkungen jedoch

durch entsprechende Modifikationen (z. B. Superposition einer Trendkomponente, Autoregressiv-Ansatz höherer Ordnung) beseitigen.

4. Verbesserungen des Modells hinsichtlich größerer Schätzgenauigkeit und Anwendungsbreite des raumvarianten Ansatzes könnten durch die Verwendung einer umfangreichen und breiter gestreuten Stichprobe von Einzugsgebieten erreicht werden. Eine detailliertere Charakterisierung der naturräumlichen Ausstattung als Input für die Regressionsanalyse ließe ebenfalls bessere Ergebnisse erhoffen. Dabei ist allerdings ein sorgfältiges Abwägen zwischen den beiden konkurrierenden Prinzipien des Modellbaus notwendig: Maximale Genauigkeit und Realitätsäquivalenz einerseits – größtmögliche Einfachheit und Handlichkeit andererseits.

Literatur

- BENSON, M. A. und MATALAS, N. C.: Synthetic Hydrology Based on Regional Statistical Parameters. In: Water Resources Research, 3/4, 931–935, 1967.
- BOX, G. E. und JENKINS, G. M.: Time Series Analysis, Forecasting and Control. Holden Day, San Francisco 1970, 553 pp.
- BURGES, S. J.: Some Problems with Log-Normal Markov Runoff Models. In: Journal of the Hydraulics Div., Proc. Amer. Soc. of Civil Engin., Sept. 1972, 1487–1496.
- CONRAD, V. und POLLAK, L. W.: Methods in Climatology. Harvard Univ. Press, Cambridge/Mass. 1962, 459 pp.
- DRAPER, N. R. und SMITH, H.: Applied Regression Analysis. Wiley, New York 1966, 407 pp.
- EFROYMSON, M. A.: Multiple Regression Analysis. In: RALSTON/WILF: Mathematical Methods for Digital Computers. Wiley, New York 1960.
- FIERING, M. B. und JACKSON, B. B.: Synthetic Streamflows. Water Resources Monograph Series, Nr. 1; AGU Washington 1971, 98 pp.
- KLEEGERG, H. B.: Simulation hydrologischer Informationen. In: DGM 15/5, 129–139, 1971.
- KLEMEŠ, V.: The Hurst Phenomenon: A Puzzle? In: Water Resources Research, 10/4, 675–687, 1974.
- MATALAS, N. C.: Mathematical Assessment of Synthetic Hydrology. In: Water Resources Research, 3/4, 937–945, 1967.
- ROESNER, L. A. und YEVDJEVICH, V. M.: Mathematical Models for Time Series of Monthly Precipitation and Monthly Runoff. Hydrology Papers No. 24, Sept. 1967, Colorado State Univ., Ft. Collins.
- SCHULTZ, G. A.: Wasserwirtschaftliche Speicherplanung. Mitt. d. Inst. Wasserbau III, Karlsruhe; Heft 2, 1973, 256 pp.

TAUBENHEIM, J.: Statistische Auswertung geophysikalischer und meteorologischer Daten. Verlag Geest u. Portig, Leipzig 1969, 386 pp.

ÜBERLA, K.: Faktorenanalyse. Springer, Berlin 1968, 400 pp.

Bodenkundliche Übersichtskarte von Hessen, 1:300 000, Wiesbaden 1951.

Bodenübersichtskarte von NRW, 1:300 000, Hannover 1953.

Gewässerkundliches Kartenwerk Hessen, Wiesbaden 1959.

Die Niederschlags- und Abflußdaten stellen freundlicherweise zur Verfügung: Deutscher Wetterdienst, Offenbach; Landesanstalt für Umwelt, Wiesbaden; Wasserwirtschaftsämter Montabaur und Hagen.

ZUR ZENTRALÖRTLICHEN STRUKTUR BAYERNS

Mit 5 Abbildungen und 6 Tabellen

HANS-WERNER WEHLING

Summary: The central place structure of Bavaria.

SCHMOOK's isodyne method is one of a number of quantitative ways of classifying central place structures which have developed since CHRISTALLER. This paper, in which the method is modified to fit the regional statistical data base, has two aims. The first, with the help of the isodyne method, is to work out the bases of the central place structures of Bavaria and to set out their dependence on transport structure and socio-economic processes and conditions. The other is to compare the central place hierarchies and service areas obtained by this method with results from other techniques, in order to test the validity of the isodyne method. In Bavaria the Regierungsbezirke and the planning regions both show a great deal of differentiation in their central place structures. The quantitative isodyne method – given a change in the original computational formula to suit the statistical regional data base – proves an effective and efficient way of revealing these regional differences.

Seit WALTER CHRISTALLERS Veröffentlichung 'Die zentralen Orte in Süddeutschland' (1933) hat sich das Konzept der zentralen Orte trotz der Beibehaltung des Grundgedankens in seinem theoretischen Modell ausgeweitet und verfeinert; es fand Eingang in die praktische Planung, und neue, von CHRISTALLER abweichende Methoden unterschiedlicher Operationalität wurden entworfen und zum Teil wieder verworfen.

Neben die CHRISTALLER folgenden quantitativen Methoden traten Katalogmethoden mit unterschiedlichen Auswahlkriterien (z. B. SCHÖLLER, 1953, HOTTES, 1954, BERRY, 1962, ISBARY, 1965) und empirische Untersuchungen (z. B. BOUSTEDT, 1962, KLUCZKA, 1970), die durch Befragung der Bevölkerung ermitteln, wie stark diese welche Art ihres Bedarfs in welchem Ort mit zentraler Bedeutung deckt, und so deren Versorgungsbereiche feststellen.

Trotz der Mannigfaltigkeit der Methodik gibt es keinen Bruch in der Entwicklung der zentralörtlichen Theorie, sondern es handelt sich vielmehr um ein ständiges Verfeinern des Systems, um das Modell der gleichmäßigen Distribution von Orten und die ökonomische und siedlungsgeographische Realität einander

anzunähern, in der dieses Modell beeinflußt wird durch die punktuell oder flächenhaft unterschiedliche Verteilung der Standortvorteile und die unterschiedliche lineare Verkehrserschließung und nicht zuletzt durch die soziale Differenzierung der Bevölkerung und die daraus resultierenden unterschiedlichen Bedürfnisse und Verhaltensweisen.

Einen Bruch in dieser Entwicklung stellt auch nicht die Isodynemethode SCHMOOKS (1968) dar, sie ist vielmehr der bewußte Versuch, räumliche Realität und Theorie in Einklang zu bringen, wobei die Methodik sich eng an die CHRISTALLERS anlehnt; an die Stelle der Telefonanschlüsse CHRISTALLERS treten bei SCHMOOK die Dienstleistungsbeschäftigten ausgewählter tertiärer Wirtschaftsabteilungen. CHRISTALLER folgend ergibt sich daraus die umgewandelte Formel

$S = D_s - B_s \frac{D_r}{B_r}$, in der D_s die Zahl der Beschäftigten ausgewählter städtischer Dienste, D_r die Zahl der regionalen Beschäftigten dieser Dienste, B_s die Zahl der städtischen und B_r die der regionalen Wohnbevölkerung ausdrückt. Als regionale Bezugsbasis werden von SCHMOOK die belgischen Provinzen gewählt, in der folgenden Untersuchung wandelt sich diese regionale Bezugsbasis.

Die für sämtliche Orte gewonnenen Werte geben den Zentralitätsüberschuß (S) dieser Orte an¹⁾. Zur Abgrenzung der Versorgungsbereiche wird die zentrale Anziehungskraft (A) eines Zentrums auf einen willkürlich gewählten Punkt im Kilometerabstand R durch die Formel $A = C/R^2$ berechnet²⁾. Setzt man $A = 1$, so ergibt sich

$$R = \sqrt[4]{C} = \sqrt[4]{D_s - B_s \frac{D_r}{B_r}}$$

Die unterschiedlichen Schwellenwerte der Anziehungskraft werden ausgedrückt durch $A = 0,64; 0,49; 0,36; 0,25; 0,16$.

¹⁾ Nur Orte mit positiven S-Werten gehen in die weitere Berechnung ein.

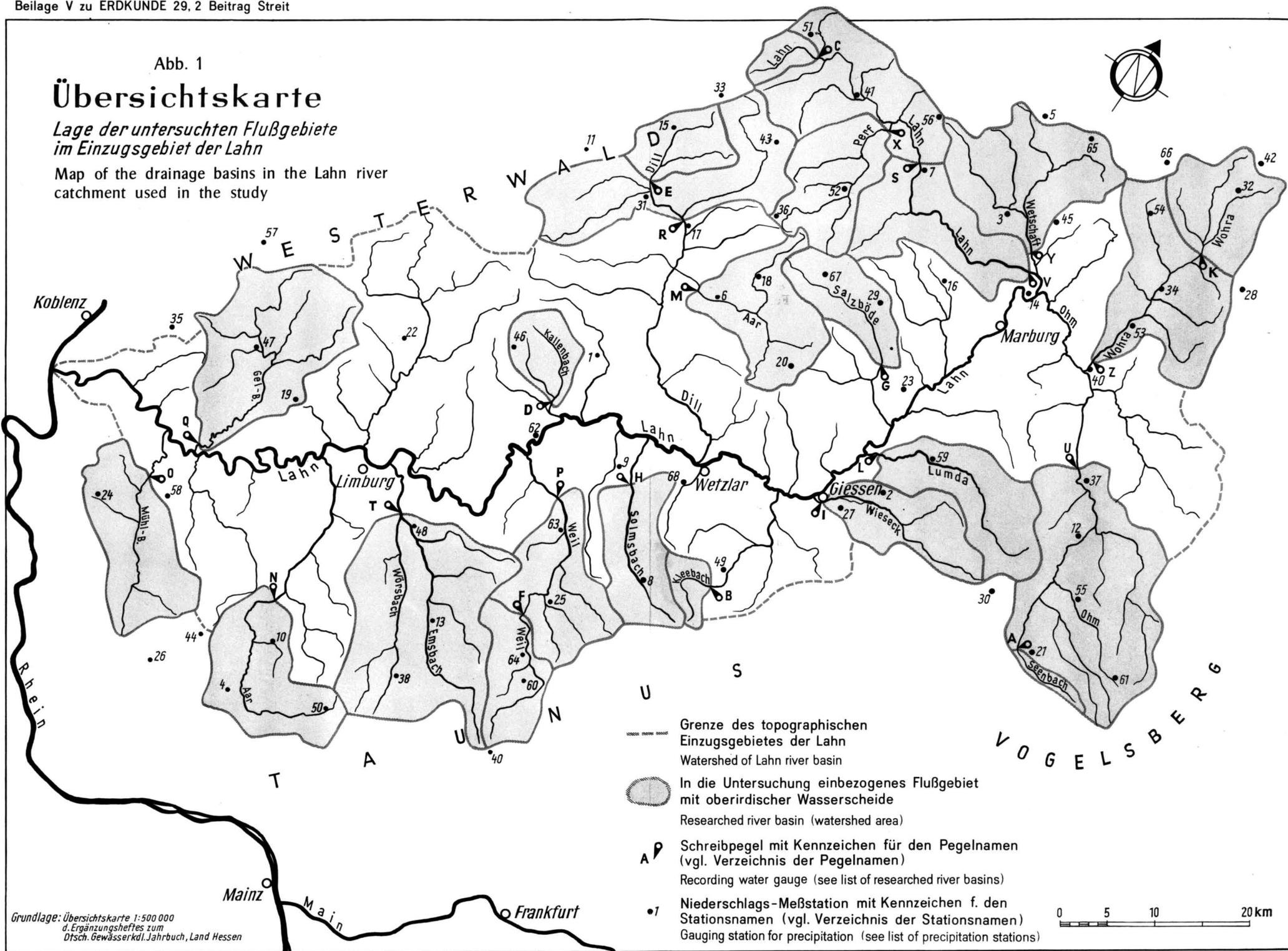
²⁾ C – Zentralitätswert.

Abb. 1

Übersichtskarte

Lage der untersuchten Flußgebiete
im Einzugsgebiet der Lahn

Map of the drainage basins in the Lahn river
catchment used in the study



Grundlage: Übersichtskarte 1:500 000
d. Ergänzungsheftes zum
Dtsch. Gewässerkd. Jahrbuch, Land Hessen