

- KOLB, A.: Die Philippinen, Leipzig, 1942.
- National Irrigation Administration: Multiple-Objective Plannig in the Development of Water Resources and its Ramification with Respect to Implementation. The Upper Pampanga River Project Luzon, Philippines, 1972.*
- OBRADOVICH, M. M.: A Study of the Water Balances in the Philippines. Technical Series No. 13, WMO/UNDP Projekt, 1971.
- : A Climatic Map of the Philippines. Technical Series, No. 15, WMO/UNDP Projekt, 1972.
- SUBBARAMAYYA, I.: Cyclonicity in the Philippines, Technical Series, No. 12, WMO/UNDP Projekt, 1971.
- UNESCO (A. VOLKER): Malaysia. Flood Control (West Malaysia), 1971.
- UNESCO (S. MACKAY, C. FINNEY, T. OKUBO): Philippines. The Typhoons of October and November 1970, 1971.
- Philippines Coast and Geodetic Survey: Philippines No. 150 (Topographical Map) 1:1,5 Mio., 1968.*
- Bureau of Public Works, Board of Technical Survey and Maps: Surface Water. Resources Map of the Philippines. City of Manila ND 51 – 1:1 Mio., Dagupan City NE 51 – 1:1 Mio., 1964.*
- Bureau of Forestry, Board of Technical Survey and Maps: Soil Cover Map of the Philippines. City of Manila ND 51 – 1:1 Mio., Dagupan City NE 51 – 1:1 Mio., 1964.*
- Secretary of National Defense, The Philippine Coast and Geodetic Survey: Topographical maps – 1:250 000, Dagupan PCGS 2507, Solano PCGS 2508, Tarlac PCGS 2509, Laur PCGS 2510, Manila PCGS 2511, 1954.*
- J. A. MARIANO/A. T. VALMIDIANO: Soil Map of the Philippines – 1:1,6 Mio., unveröffentlicht 1972.
- P. V. JAPMIN: Land-Use Map of the Philippines – 1:1,6 Mio., unveröffentlicht 1972.
- Bureau of Soils: Parent Materials of the Philippines Soil – 1:1,6 Mio. – Map of the Republic of the Philippines, unveröffentlicht 1962.*
- : Slope Map of the Philippines – 1:1,6 Mio. Cartography Section, Soil Survey Division, unveröffentlicht 1972.

Karten

Bureau of Mines, Board of Technical Survey and Maps: Geological Map of the Philippines 1:1 Mio., 1963.

NETZE – EIN ÜBERBLICK ÜBER METHODEN IHRER STRUKTURELLEN ERSCHLIESSUNG IN DER GEOGRAPHIE

Mit 18 Abbildungen und 9 Tabellen

CHRISTOPH LEUSMANN

Summary: Networks—a review of methods by which they could be structurally developed in Geography

Basic to the discussion is the presentation of given geographically relevant networks as planar graphs. This method is intended to enable networks and their elements to be described by indices. In addition, it allows the comparison of different networks and the handling of binary matrices in their significance for recognising structures. The question is, specifically, not about questions of 'usability' in the sense of an 'applied' geography but only an introductory review of the most important known methods of quantitatively describing such network structures.

Spätestens im Laufe des letzten Dezenniums sind Möglichkeiten und auch Bereitschaft zur Erfassung, Charakterisierung und Differenzierung von Strukturen geographisch relevanter Sachverhalte über den Rahmen einer mehr intuitiven Kenntnissnahme hinaus vielfältig erweitert und verfeinert worden. Diesbezügliche modellhafte Ansätze sowie bevorzugt quantitativ-analytische Methodik fanden so gerade auch in der Verkehrsgeographie – zumindest im englischsprachigen Raum – ihren Niederschlag¹⁾. Immerhin bietet doch gerade das Verkehrsnetz

als solches augenscheinlich beste Voraussetzungen für eine effektivere und eindeutige Operationalisierung struktureller Bezüge.

Im folgenden sollen so einige der gebräuchlichsten Methoden zur Beschreibung von Netzen knapp – und natürlich in mancher Hinsicht kompilatorisch – aufgezeichnet werden. Diese Verfahren mögen im obigen Sinne als Möglichkeiten verstärkter Objektivierung bislang weithin durch „Anschauung“ erarbeiteter Tatbestände verstanden werden, und schließlich zu exakteren Bewertungsansätzen derartiger Beziehungen verhelfen. Dabei wird zudem an einer Stelle kurz auf die Vorstellung eines neuen Indexes und gegebenenfalls seine Stellung im Gesamtkatalog eingegangen. Unter einem Netz (network) soll nun des weiteren eine Menge G von Kanten (e_i) und Knoten (v_i) mit:

1. es gibt mindestens einen Knoten
 2. es gibt nur endlich viele Knoten
 3. jede Kante – und höchstens eine – verbindet zwei verschiedene Knoten
 4. die Kanten sind ungerichtet
- verstanden werden²⁾.

¹⁾ Vgl. insbesondere HAGGETT & CHORLEY, 1969; im deutschsprachigen Schrifttum kann hier lediglich auf die Arbeiten von WERNER, 1966 und VETTER, 1970 hingewiesen werden.

²⁾ Genauer könnten wir von einer Abbildung φ einer Menge G_1 (Kanten) in die Produktmenge $G_2 \cdot G_2$ einer zu G_1 elementfremden Menge G_2 (Knoten) sprechen: $G_1 \rightarrow G_2 \cdot G_2$ mit $\varphi(e_i) = (v_i, v_j)$; dies bedeutet, daß die Kante e_i die beiden Endpunkte v_i und v_j besitzt.

Die hierdurch repräsentierten aktuellen Verkehrsnetze, Flußnetze, Regionssysteme, sozialen Interaktionssysteme u. a.³⁾ werden nun im Sinne eines Graphs⁴⁾ insbesondere auf ihre geometrisch-topologischen Eigenschaften⁵⁾ hin untersucht. Gerade diese topologische bzw. quasitopologische Betrachtungsweise läßt wegen der Invarianz gegenüber stetigen Veränderungen eine Generalisierung auf wesentlichste Aussagen zu und vermag tiefergehende Aufschlüsse über strukturelle Zusammenhänge zu geben.

Einschränkend soll zusätzlich vorausgesetzt werden, daß es sich

5. um planare Netze handelt,

d. h. um Netze, bei denen sich bei Projektion in eine Ebene die Kanten nur in den vorgegebenen Knoten schneiden⁶⁾; möglicherweise werden dann allerdings der tatsächlichen Festlegung von Zahl und Art der zu behandelnden Knoten sowohl topologische wie nichttopologische (z. B. Stadtgröße) Kriterien zugrundegelegt.

Im Schrifttum selbst lassen sich hauptsächlich drei unterschiedliche Ansätze zur deskriptiven, charakterisierenden und differenzierenden strukturellen Darstellung der Netze unterscheiden (vgl. KANSKY, 1963; TINKLER, 1972a; TINKLER, 1972b). Zum einen wird dies durch Betrachtung der dem Netz zugehörigen Eigenwerte und Eigenvektoren sowie den Verfahren der Hauptkomponentenanalyse bzw. allgemein faktorenanalytischer Methoden zu erreichen versucht (GARRISON/MARBLE, 1964; GOULD, 1967; GAUTHIER, 1968; TINKLER, 1972a). Ein zweiter Weg führt über die Behandlung von Fragen des Vergleichs aktueller Netze mit hypothetischen vorzüglich radialer Natur (TINKLER, 1972b). Schließlich zieht man häufig sowohl bezüglich einzelner Knoten (Kanten) wie auch des gesamten Netzes (oder Subnetze) Indizes bzw. Mengen von Indizes heran. Diese sind entweder aus den zugrundeliegenden Elementen alleine bestimmt, oder werden möglicherweise aus gewissen nicht-topologischen Merkmalen und Gewichtungen berechnet.

Gerade an diesen Maßen allerdings ist gelegentlich Kritik geübt worden (WERNER, 1968; JAMES/CLIFF/HAGGETT/ORD, 1970) zumal (s. u.) mancher Index insbesondere der Aufgabe der Differenzierung in nur geringem Umfang entsprechen kann. Dennoch scheint diese Methode für eine schnelle, übersichtliche Kennzeichnung und als Ausgang für weitergehende Techniken nicht entbehrlich.

1. Charakterisierung des Netzes

1.1. Von den gängigen Maßzahlen zur Charakterisierung zunächst einzelner Knoten in einem Netz sei die assoziierte Zahl a_i mit

³⁾ Die Beispiele im folgenden sind am ehesten als Straßen- oder Eisenbahnnetze zu realisieren, doch erscheint gerade in diesem Stadium der aktuelle Bezug außerordentlich variabel und damit in seiner Bestimmtheit zweitrangig.

⁴⁾ Vgl. BUSACKER/SAATY, 1968 und KAUFMANN, 1971

⁵⁾ Zur Topologie vgl. FRANZ, 1965.

⁶⁾ Eine Entscheidung über Planarität ist nicht immer einfach, da der Begriff ja im Sinne eines Isomorphismus verstanden werden muß; so ist z. B.  planar, da isomorph

zu 

$$a_i = \text{Max Min} (d(v_i, v_j)) \tag{1}$$

$d(v_i, v_j)$ = Kantenzahl zwischen v_i/v_j
 = topologische Entfernung
 = Länge der Kette v_i/v_j

$\text{Min} (d(v_i, v_j))$ = kleinstmögliche Kantenzahl
 = kürzeste Kette
 = Distanz

vorangestellt, als Maß für die Zentralität eines Knotens innerhalb des Netzes bei Berücksichtigung rein topologischer Distanzen (vgl. Abb. 1a–1d). Der Knoten mit der kleinsten assoziierten Zahl (oder auch dem kleinsten Radius) $a_p = \text{Min} (a_i)$ wird auch als Zentrum des Netzes bezeichnet, der Knoten mit dem größten Radius als peripherer Knoten (KAUFMANN, 1971).

In unserem aktuellen Beispiel 1a, dem Netz Köln 344 (Eifel), tritt als einziges Zentrum eindeutig mit der assoziierten Zahl 7 der Knoten 22 (Bonn) hervor; periphere Knoten sind mit dem Radius 14: Knoten 1 (Aachen-Stüd Gr.), 46 (Niederlahnstein), 55 (Traben-Trarbach) und 60

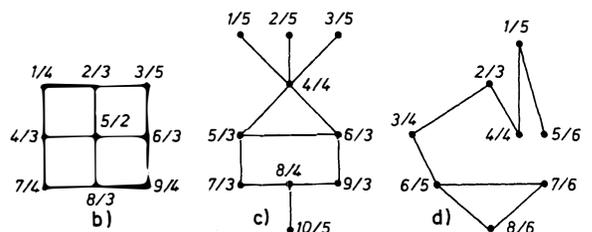
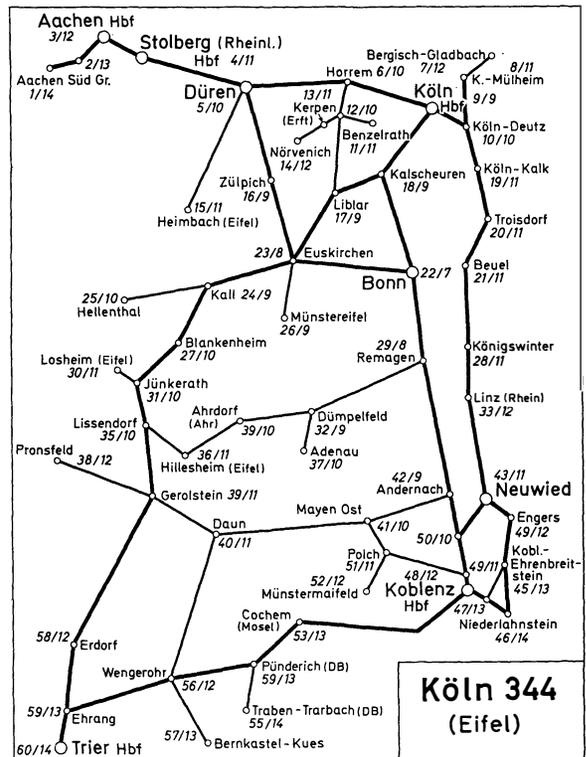


Abb. 1a–d: Beispiele zur assoziierten Zahl (Nr. des Knotens/ass. Zahl)

(Trier) – ein Ergebnis, das durchaus nicht überrascht, aber auf eindeutige, objektive Art gewonnen wurde.

Der Shimbel-Index s_i (SHIMBEL, 1953) mit

$$s_i = \sum_j \text{Min } d(v_i, v_j) \quad i \neq j \text{ bzw.} \quad (2)$$

$$s_i' = s_i/v \quad v = \text{Anzahl der Knoten } (2')$$

$$s_i'' = s_i/\sum_i s_i \quad e = \text{Anzahl der Kanten } (2'')$$

gibt die Güte der Erreichbarkeit des Knotens v_i von allen übrigen Knoten v_j des Netzes an, wobei wir hier durchaus die topologischen durch metrische (CARTER, 1969) oder andere Bezüge (z. B. Zeiteinheiten, Geldeinheiten) ersetzen können.

Die Bestimmung des Indexes geschieht am zweckmäßigsten in Matrixform (ausführlich zur Matrixdarstellung eines Graphs und zur Handhabung vgl. unten), wobei, wie aus Tab. 1 zu ersehen, den Elementen der Matrix die Distanz $\text{Mind}(v_i, v_j)$ entspricht.

Tabelle 1: Zur Bestimmung des Shimbel-Indexes

zu Beispiel 1 b

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	1	2	1	2	3	2	3	4
2	1	0	1	2	1	2	3	2	3
3	2	1	0	3	2	1	4	3	2
4	1	2	3	0	1	2	1	2	3
5	2	1	2	1	0	1	2	1	2
6	3	2	1	2	1	0	3	2	1
7	2	3	4	1	2	3	0	1	2
8	3	2	3	2	1	2	1	0	1
9	4	3	2	3	2	1	2	1	0
s_i	18	15	18	15	12	15	18	15	18

zu Beispiel 1 c

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	2	2	1	2	2	3	4	3	5
2	2	0	2	1	2	2	3	4	3	5
3	2	2	0	1	2	2	3	4	3	5
4	1	1	1	0	1	1	2	3	2	4
5	2	2	2	1	0	1	1	2	2	3
6	2	2	2	1	1	0	2	2	1	3
7	2	3	3	2	1	2	0	1	2	2
8	3	4	4	3	2	2	1	0	1	1
9	4	3	3	2	2	1	2	1	0	2
10	5	5	5	4	3	3	2	1	2	0
s_i	24	24	24	16	16	16	19	22	19	30

Tabelle 2: Shimbel-Indizes zu Abb. 1 a

Knoten	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
s_i	543	485	429	375	323	323	455	391	299	341	378	326	358	440
Knoten	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
s_i	381	302	296	278	367	390	391	249	262	293	353	319	319	379
Knoten	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43
s_i	381	322	289	359	323	318	344	347	379	311	296	271	250	317
Knoten	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58
s_i	399	437	390	345	304	279	306	364	395	369	425	333	391	365
Knoten	60													
s_i	436													

Auch in Tab. 2 tritt als bestangebundener bezüglich des gesamten Netzes 1 a der Knoten 22 (Bonn) hervor – dicht gefolgt allerdings von 42 (Andernach) – während Aachen-Süd Gr. (1) am schlechtesten erreichbar ist.

Die Kanten – insgesamt wird ihnen etwas weniger Aufmerksamkeit geschenkt als der Behandlung der Knoten – lassen sich an dieser Stelle z. B. durch die Maximalzahl der die betreffenden Kanten beanspruchenden Distanzen zwischen sämtlichen Knoten kennzeichnen (Abb. 2). Bedeutsamer ist diese Kennzeichnung allerdings bei Anwendung auf gerichtete Netze (HAGGETT/CHORLEY, 1969).

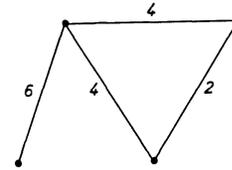


Abb. 2: Beispiel zur Kennzeichnung der Kanten durch Beanspruchung

Neben dem Radius als Kriterium für eine großräumliche, auf das Gesamtnetz bezogene Zentralität sollte unserer Ansicht nach in diesem Zusammenhang auch die Nodalität (bzw. Grad n_i eines Knotens, d. h. die Anzahl der in ihm inzidenten Kanten als Maß für eine regionale Zentralität) berücksichtigt werden. Als solcher Index $z_i = f(n_i, a_i)$ eben mit der Absicht der Bewertung einer allgemeinen Lagezentralität der Knoten sei hier der Wert

$$z_i = \frac{n_i}{a_i} \quad a_{\text{max}} = \text{Radius der peripheren Knoten } (3)$$

$$a_{\text{max}} = \text{Durchmesser des Netzes (s. u.)}$$

vorgeschlagen.

Gegenüber dem Shimbel-Index ist dieser z_i -Index gerade in großen Netzen wesentlich einfacher zu bestimmen und betont deutlich die regionalen Gegebenheiten, da z_i bei kleinerer assoziierter Zahl oder größerer Nodalität wächst. Dies schlägt sich (Tab. 3) bei Beispiel 1 a in einer augenfälligen Verschiebung des „Zentrums“ nach Knoten 23 (Euskirchen, $z_i = 8.75$) nieder, während Bonn (22, $z_i = 6.00$) nur mehr den zweiten Rang einnimmt. Peripher mit $z_i = 1.00$ bleiben Knoten 1, 55, 60. Die Fähigkeit zur Differenzierung und Charakterisierung (Tab. 3 und 4) ist weit ausgeprägter als bei der assoziierten Zahl, bleibt aber hinter der des Shimbel-Indexes noch zurück. Ob dessen größere Sensibilität allerdings in

Tabelle 3: z_i -Indizes zu Abb. 1a

Knoten	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
z_i	1.00	2.16	2.34	2.54	5.60	4.10	1.17	2.54	4.66	4.20	1.27	5.60	2.54	1.17	1.27	3.12	4.66	4.66	2.54	2.54
Knoten	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
z_i	2.54	6.00	8.75	4.66	1.40	1.56	2.80	2.54	5.25	1.27	2.80	4.66	2.34	2.80	4.20	2.54	1.40	1.17	5.08	3.82
Knoten	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
z_i	4.20	4.66	3.82	2.34	3.23	2.00	3.23	3.50	3.82	4.20	3.82	1.17	2.16	3.23	1.00	4.00	1.08	2.34	3.23	1.00

diesem Stadium einer Untersuchung von wesentlichem Vorteil ist, sei hier dahingestellt.

Für jedes Netz gilt:

$$1 \leq z_i \leq \text{Max}_j (n_j) \cdot \frac{a_{\text{max}}}{\text{Min}_j (a_j)}$$

was die z_i -Werte auch hinsichtlich ihrer Extremwerte recht praktisch erscheinen läßt.

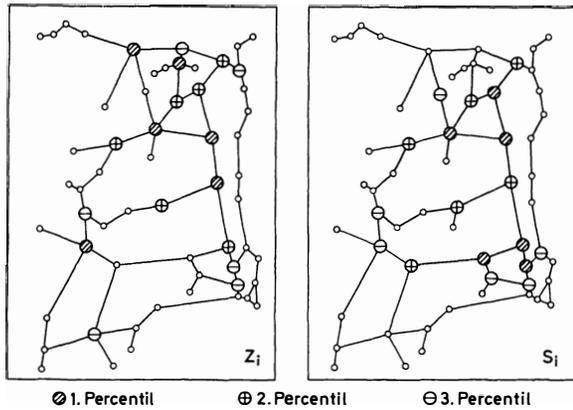


Abb. 3: Räumliche Verteilung der Shimbel-Indizes und z_i -Werte in Abb. 1a

Die räumliche Verteilung der ersten drei Perzentile bezüglich der s_i - und der z_i -Werte der Knoten des Netzes aus Abb. 1a, ist in Abb. 3a und 3b dargestellt. Weitere Beispiele zum z_i -Index in Abb. 4a-4d (vgl. KAUFMANN, 1971).

Tabelle 4: Beispiele zum z_i -Index

zu Beispiel 1b

Knoten	1	2	3	4	5	6	7	8	9
z_i	2	4	2	4	8	4	2	4	2

zu Beispiel 1c

Knoten	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z_i	1	1	1	6.25	5	5	3.25	3.75	3.75	1

zu Beispiel 1d

Knoten	1	2	3	4	5	6	7	8
z_i	2.4	4	3	3	1	3.6	2	2

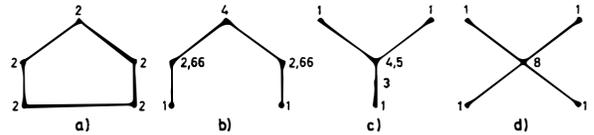


Abb. 4: Beispiele zum z_i -Index

Als in der Reihe der „Einzelindizes“ nicht mehr direkt auf topologische Qualitäten bezogene Maße seien schließlich

$$c_i = \sum_j \frac{\{\text{Min } d_m(v_i, v_j) - D(v_i, v_j)\}^2}{v} \quad (4)$$

d_m = metrischer Abstand

$D(v_i, v_j)$ = theoretische Minimaldistanz

$$w_i = \sum_j \frac{\text{Min } d_m(v_i, v_j)}{\sum_j D(v_i, v_j)} \quad (5)$$

erwähnt („degree of circuitry“, KANSKY, 1963 und „Wegfaktor“, HAY, 1972). Sie vergleichen die aktuelle (metrische) Distanz eines Knotens von sämtlichen anderen Knoten mit der theoretisch minimalen Entfernung; siehe Abb. 5.

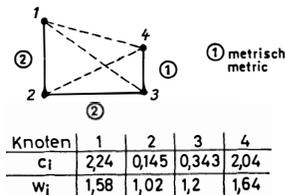


Abb. 5: Beispiel zum „degree of circuitry“ und zum Wegfaktor

1.2. Zur geographischen Analyse von Netzen in ihrer Gesamtstruktur nun wurden zunächst als grundlegende Werte der Graphentheorie der Durchmesser δ eines Netzes sowie seine zyklometrische Zahl μ übernommen. Diese gibt die Maximalzahl unabhängiger ($p > 1$) bzw. fundamentaler ($p = 1$) Kreise an⁷⁾, wäh-

⁷⁾ Hier wird also die Maximalzahl endlicher Ketten mit jeweils zusammenfallendem Anfangs- und Endpunkt beschrieben, wobei diese im Falle $p = 1$ keine weiteren derartigen Ketten enthalten. Für ein beliebiges Netz mit $v \geq 3$ und $p = 1$ gilt: $\mu_{\text{max}} = e_{\text{max}} - v + 1 = 3(v - 2) - v + 1 = 2v - 5$.

rend δ die topologische Ausdehnung des betrachteten Systems beschreibt.

$$\delta = \text{Max}_i (a_i) = \text{Max}_i \{ \text{Max}_j \text{Mind}(v_i, v_j) \} = a_{\text{max}} \quad (6)$$

$$\mu = e - v + p \quad p = \text{Anzahl der Subnetze} \quad (7)$$

Man vergleiche das Beispiel in Abb. 6 und die Werte in Tab. 5.

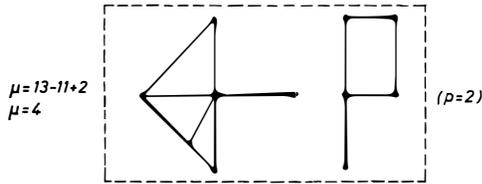


Abb. 6: Beispiel zur zyklometrischen Zahl⁸⁾

Tabelle 5: Durchmesser und zyklometrische Zahl in Beispiel 1 a, 1 b, 1 c, 5

Beispiel	1 a	1 b	1 c	5
δ	14	4	5	3
μ	11	4	2	0

Es liegt auf der Hand, daß jedenfalls der Durchmesser die zugrundeliegenden Netze isoliert in nur ausgesprochen schwachem Umfang charakterisieren kann, sagt er doch natürlich z. B. kaum etwas über die strukturelle Komplexität aus (vgl. Abb. 7). Die zyklometrische Zahl

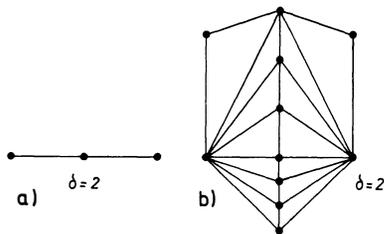


Abb. 7: Netzpaar unterschiedlicher Komplexität mit gleichem Durchmesser

kann und wird immerhin im allgemeinen mit Erfolg zur Unterscheidung von Eisenbahn-, Straßen- und sonstigen Netzen verschieden weit entwickelter Staaten herangezogen. Ebenso um die Entwickeltheit bzw. die Güte der Konnektivität eines zugrundeliegenden Netzes geht es bei den α -, β - und γ -Indizes (KANSKY, 1963).

$$\alpha = \frac{\mu}{\mu_{\text{max}}} = \frac{\mu}{2v - 5} \quad (8)$$

$$\beta = \frac{e}{v} \quad (9)$$

$$\gamma = \frac{e}{e_{\text{max}}} = \frac{e}{3(v - 2)} \quad (10)$$

Vgl. Tab. 6.

⁸⁾ Die Behauptung KANSKYS (KANSKY, 1963, S. 12), jeder Graph mit $p > 1$ besitze eine zyklometrische Zahl = 0, dürfte, wie Abb. 6 zeigt, ein Irrtum sein.

Auch in bezug auf diese weithin gebräuchlichen Werte gilt, daß eine isolierte Betrachtung nur einen doch begrenzt bedeutsamen Einblick in tiefere strukturelle Bezüge liefert. Zwar sollte man keinen von ihnen trotz (oder gerade deswegen) des einfachen und im Prinzip gleichen Bildungsmechanismus, der dem Leser leicht die Grenzen der Verwertbarkeit aufzeigt (vgl. auch JAMES/CLIFF/HAGGETT/ORD, 1970), sowie der daraus resultierenden vielerwähnten (vgl. WERNER, 1968) Redundanz aus unserem Katalog streichen. Aber ihre ausgesprochen geringe differenzierende Kraft ist natürlich nicht zu übersehen. So entsprechen den Beispielen in Abb. 8 a und 8 b

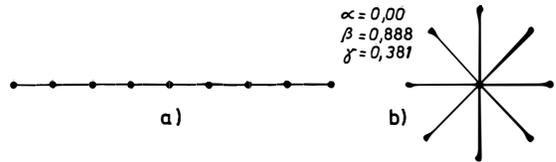


Abb. 8: Beispiel zum α -, β -, γ -Index

jeweils die gleichen α -, β -, γ -Indizes, da sie aus je derselben Anzahl von Knoten und Kanten aufgebaut sind. In der Netzfolge Abb. 9 a–9 e ist entsprechend keine Unterscheidung der Systeme 9 c, 9 d, 9 e möglich, wenn auch immerhin die offenkundliche Verbesserung 9 a – 9 b – 9 c ihren Niederschlag in der Erhöhung sämtlicher drei Werte fand.

Tabelle 6: α -, β -, γ -Index zu den Beispielen aus Abb. 1 a, 1 b, 1 c, 1 d, 5, 7 b

Abb.	1 a	1 b	1 c	1 d	5	7 b
α	0.0957	0.3078	0.1332	0.091	0.00	0.824
β	1.166	1.333	1.100	1.00	0.75	2.18
γ	0.402	0.572	0.458	0.444	0.5	0.889

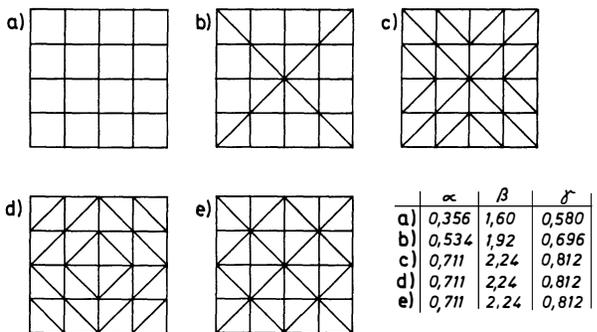


Abb. 9: Weitere Beispiele zum α -, β -, γ -Index

Zur weiterführenden Kennzeichnung durch einfache Indizes bedarf es z. B. schon einer Reihe zusätzlicher, weithin über die topologische Dimension hinausreichender Maßzahlen. So u. a. die durchschnittliche Kantenlänge als η -Index (auch als durchschnittlicher Verkehrsfluß, mittleres Transportvolumen, gemittelte regionale Wertschätzung im Gebrauch) und komplementär den θ -Index als Kantenlänge/Knoten (resp. Verkehrsfluß/Knoten usf.); den π -Index, der über das Verhältnis der Gesamtstrecke zum metrischen Durchmesser die Entwicklungs-

stufe des Netzes beschreibt (gel. auch topologisch als e/δ); oder den ι -Index – ein jeder dieser Werte in verschiedenster Hinsicht variabel (vgl. KANSKY, 1963).

$$\eta = \sum_i \frac{(e_i)_m}{e} \quad (11) \quad \theta = \sum_i \frac{(e_i)_m}{v} \quad (12)$$

$m = \dots$ in metrischer Form

$w =$ Knotenzahl, gewichtet nach Bedeutung, Funktion etc.

$$\pi = \sum_i \frac{(e_i)_m}{\delta_m} \quad (13) \quad \iota = \sum_i \frac{(e_i)_m}{w} \quad (14)$$

Im topologischen Bereich bietet sich darüberhinaus noch eine durchschnittliche ass. Zahl A , ein Gesamt-Shimbel-Index S (Dispersion), ein Gesamt- z_i -Wert Z oder eine mittlere Nodalität⁹⁾ N an.

$$A = \sum_i \frac{a_i}{v} \quad (15) \quad S = \sum_i s_i = \sum_i \sum_j \text{Min } d(v_i, v_j) \quad (16)$$

$$S' = \frac{S}{v}$$

$$Z = \sum_i \frac{z_i}{v} \quad (17) \quad N = \sum_i \frac{n_i}{v} \quad (18)$$

Auf eine ausführliche Gegenüberstellung der S' und Z -Werte in Tab. 7 insbesondere in bezug auf das Beispiel Abb. 9 kann hier nicht eingegangen werden; es sei aber auf die interessante unterschiedliche Bewertung gerade der Netze 9e und 9d durch diese beiden Maße verwiesen.

⁹⁾ Dieser Wert ist aber wegen $2\beta = 2 \frac{e}{v} = \sum_i \frac{n_i}{v}$ durch den β -Index schon erfasst.

Tabelle 7: Die Werte A, S', Z, N für ausgewählte Netze

Abb.	1a	1b	1c	9a	9b	9c	9d	9e
A	10.93	3.33	4.00	6.4	3.6	3.6	4.8	3.6
Z	3.089	3.56	3.10	4.25	4.67	5.44	5.888	5.438
S'	352.08	16.0	21.5	80.0	63.4	61.4	64.2	58.9
N	2.33	2.660	2.2	3.2	3.84	4.48	4.48	4.48

Aussagekräftiger als diese „gemittelten Einzelindizes“ erscheinen die zugehörigen Häufigkeitsverteilungen (vgl. z. B. JAMES/CLIFF/HAGGETT/ORD, 1970); man vergleiche die Abb. 10, 11, 12, 13.

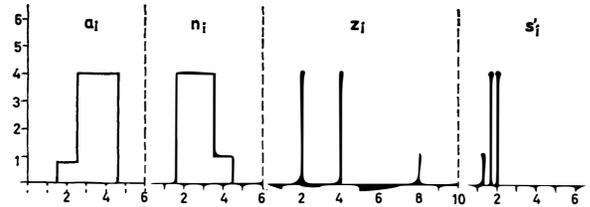


Abb. 10: Häufigkeitsverteilungen zu Beispiel 1b

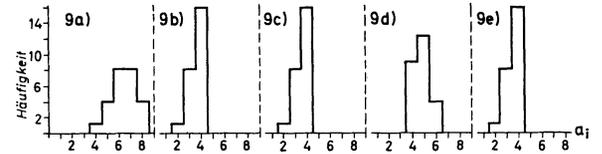


Abb. 11: Häufigkeitsverteilung der a_i -Werte im Beispiel 9a-9e

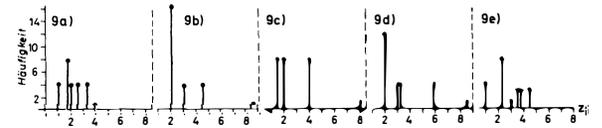


Abb. 12: Häufigkeitsverteilung der z_i -Werte im Beispiel 9a-9e

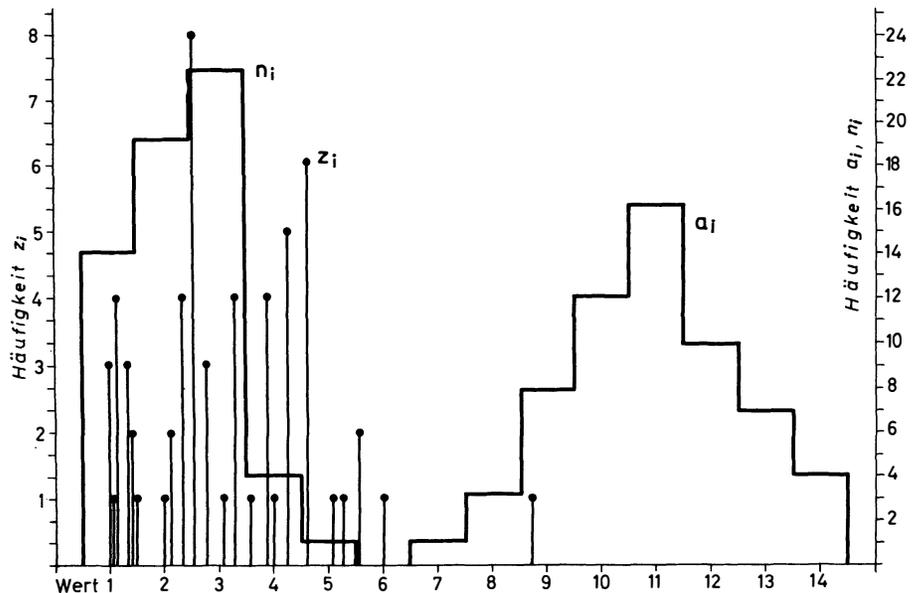


Abb. 13: Häufigkeitsverteilungen zu Abb. 1a

Doch auch hier ist, was die Radien anlangt, z. B. keine Differenzierung der Netze 9b, 9c, 9e festzustellen. Insbesondere nun die Netze 9b und 9c nun als topologisch gleich gut angebunden zu betrachten, widerspräche nicht nur dem direkten optischen Eindruck, sondern ist nach der Verteilung der Shimmel-Indizes oder der z_i -Werte auch nicht gerechtfertigt. Die Aufgabe einer eindeutigen Charakterisierung der Netze gelingt aber nicht erst durch den in dieser Größenordnung schon recht umständlich zu bestimmenden Shimmel-Index – wie WERNER, 1968 angibt – sondern gleiches (Abb. 12) wird ebenfalls durch die entsprechende Verteilung der z_i -Werte erreicht. Informationstheoretische Verfahren bieten sich darüberhinaus für eine weitergehende differenzierte Auswertung derartiger diskreter Häufigkeitsverteilungen an, vgl. hierzu die Ausführungen weiter unten.

Eine andere in diesem Zusammenhang erwähnenswerte Möglichkeit ist, die Häufigkeiten h_x ($0 \leq x \leq \delta$) aller in der früheren Matrix vorkommenden $\text{Min } d(v_i, v_j)$ zu betrachten und zu untersuchen, welche theoretische Verteilung sich am besten auf die jeweils vorliegende diskrete Häufigkeitsverteilung $h(\text{Min } d(v_i, v_j))$ bezieht. Mittels¹⁰⁾ der Momente der Verteilung

$$\mu'_1 = \sum_1^\delta h_x \cdot x / \sum_1^\delta h_x \quad (19)$$

$$\mu_2 = \sum_1^\delta h_x (x - \mu'_1)^2 / \sum_1^\delta h_x \quad (19')$$

$$\mu_3 = \sum_1^\delta h_x (x - \mu'_1)^3 / \sum_1^\delta h_x \quad (19'')$$

und

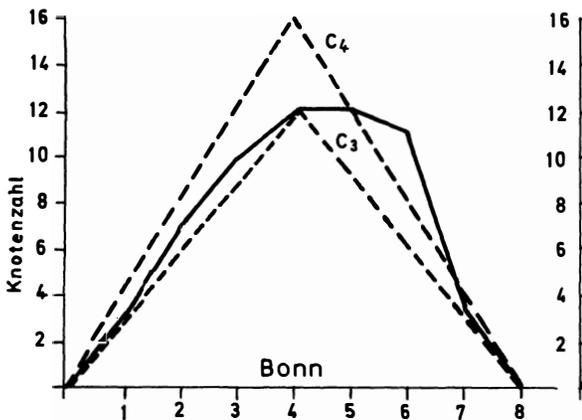
$$S = \frac{\mu_3}{\mu_2} \text{ und } I = \frac{\mu_2}{\mu'_1} \quad (20)$$

und der S-I-Ebene ist es möglich, eine eindeutige Zuordnung zu diskreten theoretischen Verteilungen beruhend auf hypergeometrischer Grundlage abzulesen und in einfacher Form die Netze einzuordnen (vgl. JAMES/CLIFF/HAGGETT/ORD, 1970).

2. Vergleich von Netzen

Nur andeutungsweise soll an dieser Stelle auf die Versuche hingewiesen werden, gegebene aktuelle Systeme

¹⁰⁾ Es ist: $h_0 = v$; $h_1 = 2e$; $h_1/h_0 = 2\beta = N$; $S = \sum_1^\delta h_x \cdot x$



von Knoten und Kanten mit hypothetischen Netzen zu vergleichen. Derartige Untersuchungen im Sinne der bisher beschriebenen Arbeitsweisen befinden sich erst im Anfangsstadium und beziehen sich z. B. auf eine Klasse radial strukturierter Netze, die besonders von TINKLER, 1972b untersucht wurde.

Man möchte hier u. a. – ausgehend von einem festen Knoten P – die Verteilung der Knotenzahl auf die einzelnen Distanzringe d_i (bei wachsender Distanz $d_i = \text{Min } d(P, v_i)$, $i = 1, \dots, a_p$) durch eine solche in sog. Snowflake-Netzen approximieren: Es bezeichne die für ein Netz konstante natürliche Zahl c die Anzahl der in jedem von innen und außen folgenden Distanzring zusätzlichen Knoten. Die Snowflake-Netze besitzen dann nicht wie die „vollen Netze“ cd_i , sondern cd_i' Knoten im i -ten Ring, wobei d_i' aus Tab. 8 jeweils zu bestimmen ist. Die Verteilung der Knoten ist entsprechend symmetrisch zu \bar{d} . (Vgl. Abb. 14).

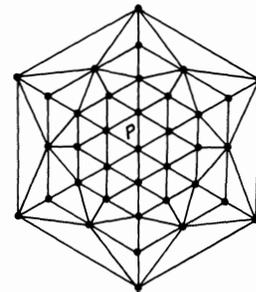


Abb. 14: Snowflake-Netz

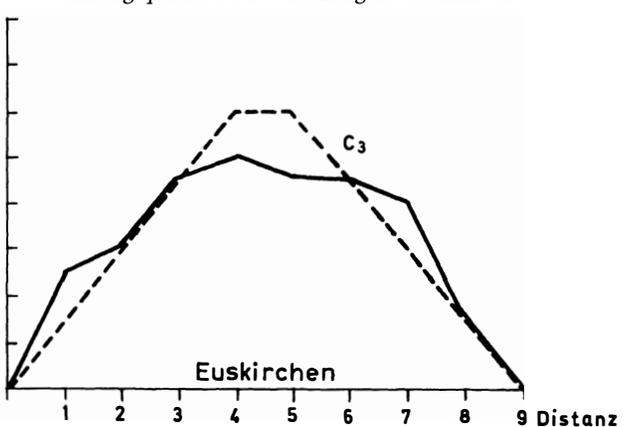
Tabelle 8: Zur Bestimmung der Snowflake-Netze

a_p ungerade	a_p gerade
$d_i \leq \bar{d} = \frac{1}{2}(d_{a_p} + 1) \Rightarrow d_i' = d_i$	$d_i \leq \bar{d} = \frac{1}{2}d_{a_p} \Rightarrow d_i' = d_i$
$d_i \geq \bar{d} \Rightarrow d_i' = 2\bar{d} - d_i$	$d_i = \bar{d} + 1 \Rightarrow d_i' = \bar{d}$
	$d_i > \bar{d} + 1 \Rightarrow d_i' = d_{a_p} - d_i + 1$

In diesem Sinne deutet sich in Abb. 15 insgesamt eine zumindest im Euskirchener System ausreichende Approximation¹¹⁾ durch eine c_3 -Snowflake-Struktur an.

¹¹⁾ Approximation heißt hier etwa Minimierung der Abweichungsquadrate der Verteilungen voneinander.

Abb. 15: Approximation des Beispiels 1a durch Snowflake-Struktur



Entsprechende Kantenverteilungsmuster sollten ebenfalls in die Analyse miteinbezogen werden. Darüberhinaus ist schließlich gerade in diesem Zusammenhang der Frage nach hierarchischen Strukturen fortführend Beachtung zu schenken: Man gehe z. B. davon aus, daß jeder Knoten genau eine Einheit „Verkehrsfluß“ entsendet. „Volle Netze“ lassen dann bei Berücksichtigung sämtlicher ankommender, abfließender und konzentrisch verlaufender Verkehrsströme eine genau der bekannten rank-size-rule entsprechende hierarchische Anordnung der einzelnen Distanzringe erkennen. Bei den Snow-flake-Netzen ergibt sich ein zur Symmetrieachse spiegelbildlicher Verlauf der Kurve.

Einen ganz anderen Weg beschritt CUMMINGS, dem es darum ging, beliebige Netzkonfigurationen mit gleichen Knotenelementen quantitativ zu vergleichen und statistisch signifikante Angaben über diese Kanten-Kanten-Korrespondenz zu machen. Wesentlich für ihn ist der Begriff des Durchschnitts $DS = G^1 \cap G^2$ zweier Graphen als die Anzahl der in beiden Netzen gleichverlaufenden Kanten. Er schlug vor (CUMMINGS, 1967), den Wert

$$\sigma = \frac{v(v-1)DS - 4e^1e^2}{\sqrt{4e^1e^2(v^2 - 2e^1)(v^2 - 2e^2)}} \quad (21)$$

e^v = Anzahl der Kanten
in G^v ($v = 1, 2$)

mit $-1 \leq \sigma \leq 1$ als „Ähnlichkeits“-Kriterium zu verwenden. In einer späteren Arbeit wurde darüberhinaus versucht, entsprechende wahrscheinlichkeitstheoretisch abgesicherte Grundlagen zu schaffen, die wiederum auf hypergeometrischer Grundlage basierten; man vgl. hierzu die allerdings sich vorwiegend auf gerichtete Netze beziehende Abhandlung von CUMMINGS/MANLY/WEINAND, 1973.

$$(21) X = (x_{ij}) = \begin{array}{c|cc} & e_1 & e_m \\ \hline e_1 & x_{11} & \dots & x_{1m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ e_m & x_{m1} & \dots & x_{mm} \end{array}$$

$$(22) Y = (y_{ij}) = \begin{array}{c|cc} & e_1 & e_m \\ \hline v_1 & y_{11} & \dots & y_{1m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ v_n & y_{n1} & \dots & y_{nm} \end{array}$$

$$(23) K = (k_{ij}) = \begin{array}{c|cc} & v_1 & v_n \\ \hline v_1 & k_{11} & \dots & k_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ v_n & k_{n1} & \dots & k_{nn} \end{array}$$

$$k_{ij}, x_{ij}, y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{wenn betrachtete} \\ & \text{Elemente} \\ & \text{verbunden} \\ & \text{sind} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

3. Matrixanalysen

Weitere (immer häufiger auch ganz allgemein zur Beschreibung und Analyse geographischer Sachverhalte herangezogen) Möglichkeiten gesamtheitlicher Darstellungsformen bietet das Vektoren- und Matrizenkalkül. Dies einmal aufgrund der Überschaubarkeit und Ermöglichung bewußter Restriktionen auf jeweilig konkrete Fragestellungen, zum anderen wegen des vergleichsweise geringen Informationsverlustes beim Umsetzen des gegebenen in das numerische System.

Es handelt sich hier zunächst darum, durch Binärmatrizen z. B. Verbindungen von Kanten in einer Kantenmatrix X oder Verbindungen von Kanten und Knoten in einer Inzidenzmatrix Y zu beschreiben, oder, in der Geographie weitaus häufiger, in einer Knotenmatrix K festzuhalten, ob zwei Knoten direkt verbunden sind oder nicht.

Die Matrix K ist bei unseren ungerichteten Kanten symmetrisch ($k_{ij} = k_{ji}$) und die Nodalität der Knoten ist bestimmt durch $n_i = \sum_j k_{ij}$ (mit $k_{ii} = 0$) (vgl. Tab. 9); auch die meisten übrigen topologischen Indizes lassen sich durch Anwendung geeigneter Operationen aus der binären Matrixdarstellung gewinnen.

Kantenmatrix:	Inzidenzmatrix:	Knotenmatrix:
$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Tabelle 9: Matrixdarstellung der Netze 4b und 5

3.1. Insbesondere im Hinblick auf die Untersuchung einer „indirekten“ Konnektivität der Knoten untereinander (bzw. des Netzes selbst) sind diese Matrizen, besonders die Matrix K, bedeutsam; durch Potenzieren mit einer natürlichen Zahl n erhalten wir beispielsweise eine neue Matrix $K^n = (k_{ij}^{(n)})$ deren Elemente die Anzahl der Möglichkeiten von v_i bei Durchlaufen von genau n Kanten nach v_j zu gelangen angeben; entsprechend verweisen die Zeilen- und Spaltensummen auf die Möglichkeiten, insgesamt in n Schritten den jeweiligen Knoten zu erreichen oder von ihm auszugehen.

Über dieses n ist nun zu verfügen je nach Fragestellung, doch ist es zweckmäßig und in der Literatur gebräuchlich,

1. $n = \infty$ zu wählen, durch einen Skalar s mit $0 < s \leq 1$ eine Gewichtung vorzunehmen, die Matrix

$$A^s = \sum_v s^v \cdot K^v = (I - sK)^{-1} - I \text{ mit } I = \begin{pmatrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1 \end{pmatrix} \quad (22)$$

zu bestimmen und in

$$a_i^s = \sum_j a_{ij}^s \quad (22')$$

ein Erreichbarkeitsmaß für jeden Knoten v_i festzuhalten; 2. $n = \delta$ zu setzen und entweder gleich die Zeilen- oder Spaltensummen von K^δ als Erreichbarkeitsindex zu bestimmen (PITTS, 1965; CARTER, 1969), oder zunächst

$$B = \sum_1^\delta K^v \quad (23)$$

zu bilden und dann mit

$$b_i = \sum_j b_{ij} \quad (23')$$

die Anzahl aller Verbindungen von v_i zu allen anderen Knoten mit maximal $n = \delta$ Kanten als entsprechenden Wert zu verwenden (ABLER/ADAMS/GOULD, 1972; GAUTHIER, 1968 mit gewogenen Matrixelementen); 3. mit $n = k$ zu arbeiten, wobei k die kleinste natürliche Zahl ist, für die alle Elemente von K^k ungleich 0 sind, und jetzt wie oben

$$C = \sum_1^k K^v \quad (24)$$

und anschließend

$$c_i = \sum_j c_{ij} \quad (24')$$

zu bestimmen (WERNER, 1968; GARRISON, 1960; TINKLER, 1972a)¹²⁾.

ad 1) Zu gegebener Matrix K ist hier allerdings der Parameter s nicht absolut frei wählbar, um zu interpretierbaren Resultaten (d. h. zu $A^s > 0$) zu gelangen (dies auch als kritischer Einwand gegen die diesbezügliche Sensibilitätsanalyse von STUTZ, 1973). Es ist notwendig (und auch hinreichend), daß $\lambda_{\max}(K) \leq 1/s$ ist, wobei $\lambda_{\max}(K)$ den größten Eigenwert von K darstellt (s. u.; vgl. DEBREU/HERSTEIN, 1953); dies ist bei dem entsprechenden Nystuen/Dacey'schen Ansatz (mit gewogenen Matrixelementen) durch $s = 1/\max_i(\sum_j k_{ij})$ automatisch erfüllt. Denn für nichtnegative Matrizen gilt ja immer:¹³⁾

$$\text{Min}_i(\sum_j k_{ij}) \leq \lambda_{\max} \leq \text{Max}_i(\sum_j k_{ij}) \quad (25)$$

ad 2) Dieser Ansatz erscheint rechentechisch am einfachsten und auch die Interpretierbarkeit von K^δ bzw. B ist recht einleuchtend. Andererseits ist nicht zu verkennen, daß "the use of the topological diameter is quite arbitrary as indeed is the more exact requirement that the solution matrix be reached before powering is stopped" (TINKLER, 1972a), insbesondere, weil bezüglich abgelegener Knoten noch keine (relativ zu den übrigen) „ausgeglichene“ Bewertungsstruktur generiert zu sein braucht.

ad 3) Hier wird u. a. versucht obigem Einwand Rechnung zu tragen. Jedoch, die Existenz einer Ergebnismatrix

und des entsprechenden Ergebnisgrads $k^{14)}$ die vielfach vorausgesetzt wurden (z. B. HAGGETT/CHORLEY, 1969; VETTER, 1970), ist keineswegs für beliebige Netze gesichert. Man muß – über die sicherlich notwendige Voraussetzung des strengen Zusammenhangs des Netzes (also $p = 1$) hinaus – matrizentheoretisch gesprochen Annahmen über die Zyklizität der Matrix K machen. Nennen wir K zyklisch vom Grad l , wenn die Anwendung einer Permutation P der Knoten auf K eine Matrix der Form

$$PKP^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & A_1 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & 0 & A_2 & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & 0 & A_3 & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ A_l & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \end{pmatrix}$$

(mit quadratischen Diagonalmatrizen 0)

ergibt, so ist $l = 1$ notwendig und hinreichend für die Existenz einer Ergebnismatrix; K heißt in diesem Fall primitiv. Es ist überdies von Vorteil zu wissen, daß in der Anwendung dieses allgemeinen matrizentheoretischen Kalküls auf netztheoretische Probleme außerdem ohnehin nur noch der Fall $l = 2$ auftreten kann, eine Folge der Symmetrie von K . Letzteres gilt – wie sich leicht zeigen läßt – für alle Netze, die keine Kreise oder nur solche mit gerader Kantenzahl besitzen,¹⁵⁾ während umgekehrt das Vorhandensein schon eines Kreises mit ungerader Kantenzahl die Primitivität von K garantiert.

Eine andere Möglichkeit, sich einer Ergebnismatrix zu versichern ist, alle $k_{ij} = 1$ zu setzen; in diesem Falle versagt auch WERNERS, 1968 Gegenbeispiel (vgl. ALAO, 1970)

3.2. Quasi als Exkurs mögen an dieser Stelle einige Bemerkungen hinsichtlich informationstheoretischer Verarbeitungsmethoden zugefügt werden. Sie nehmen im Rahmen netzanalytischer Untersuchungen allerdings bislang noch keinen breiten Raum ein, und insbesondere die letzten beiden der unten erläuterten Verfahren sollen hier vom Verf. lediglich als erste Ansätze, jedenfalls in keiner Weise als auch nur annähernd abgeschlossene Modelle vorgestellt werden.

Im ursprünglichen Shannon-Weaver'schen (SHANNON, 1948) Sinne wird, ausgehend von einem Ereignis A_i und dessen Wahrscheinlichkeit $p(A_i)$, die Information durch $-\text{ld } p(A_i)$ bit, die Wahrscheinlichkeit der Information durch $-p(A_i) \text{ld } p(A_i)$ bit und die Entropie als Summe der mittleren Informationen durch

$$E = - \sum_i p(A_i) \text{ld } p(A_i) \text{ bit} \quad (26)$$

bestimmt.

Im Grunde geht es immer um die Ermöglichung einer Quantifizierung des „Informationsgehaltes“ einer gegebenen diskreten Verteilung bzw. um Aufschluß über Konzentrations- ($E_{\min} = 0$ bit) oder Gleichgewichtstendenzen (d. h. $E_{\max} = \text{ld } n$ bit). Redundanz als Abweichungsmaß der tatsächlichen von der maximal möglichen Entropie liefert der Ausdruck

$$R = 1 - E/E_{\max} \quad (27)$$

¹⁴⁾ Der Ergebnisgrad k ist natürlich, entgegen den Angaben VETTERS, 1970, sicher nicht gleich dem Durchmesser δ .

¹²⁾ Insgesamt werden nun sowohl die Matrizen B (ABLER/ADAMS/GOULD, 1972), K^δ (PITTS, 1965) wie auch – und dies wohl ursprünglich – K^k (WERNER, 1968; GARRISON, 1960; TINKLER, 1972a; ALAO, 1970) als Ergebnismatrix (solution matrix), der Wert k als solution time (Ergebnisgrad) bezeichnet.

¹³⁾ Natürlich ist es möglich, daß auch ohne obige Bedingung sämtliche als Erreichbarkeitsmaße herangezogene $a_i^x \geq 0$ sind, doch ist $a_{ij}^x \geq 0$ für alle i und j nicht mehr garantiert.

Auf folgende Ansätze sei kurz eingegangen:

1. Ausgehend von der Binärmatrix K werden die einzelnen Knoten durch

$$E_i = - \sum_j (k_{ij}/n_i) \text{ld} (k_{ij}/n_i) \text{ bit} \quad (28)$$

und das Gesamtnetz durch

$$E = \sum_i E_i \quad (28)$$

charakterisiert (SEMPLE/WANG, 1971).

Wegen $E_i = \text{ld} n_i = E_{\text{max}_i}$ (d. h. gleichmäßige Bewertung sämtlicher in v_i inzidenter Kanten, durch n_i selbst schon erfaßt), bringt lediglich der Wert E neue Erkenntnis. Dies insbesondere im Hinblick auf sinnvolle Vergleichsmöglichkeiten mit „theoretischen Netzstrukturen“, etwa den Snowflake-Netzen, oder solchen im Christallerschen bzw. Lösch'schen Sinne (für derartige reguläre Netze ist $wegenn_i = k$ für alle i immer $E = -\text{vld} 1/k$).

2. In Fortführung der Gedanken betreffend die Verteilung $H(\text{Min } d(v_i, v_j))$ der Elemente der „Shimbel-Matrix“ wird

$$E = - \sum_x (h_x / \sum_x h_x) \text{ld} (h_x / \sum_x h_x) \text{ bit} \quad (30)$$

herangezogen.

Die Untersuchungen des Verf. beschränkten sich allerdings bislang darauf E (und entsprechend R) für verschiedene Netztypen (vgl. Abb. 16) in Abhängigkeit von der Netzgröße, d. h. von v_i zu betrachten.

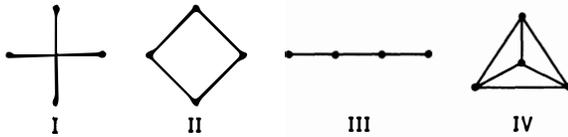


Abb. 16: Netztypen zur Entropieanalyse

An dieser Stelle kann jedoch nur auf die Abb. 17 und Abb. 18 verwiesen werden, die die entsprechenden Entropie- und Redundanzverteilungen wiedergeben. Charakteristische Größenordnungen und Kurvenverläufe müßten detaillierter untersucht werden.¹⁵⁾

3. Geht man von der Annahme aus, die Snowflake-Netze repräsentierten gewissermaßen eine Optimalstruktur hinsichtlich der Stellung und Bedeutung des Zentrums in bezug auf das Gesamtnetz, erscheint es sinnvoll, über das informationstheoretische Kalkül $E_i(H_i(\text{Min } d(v_i, v_j)))$ eines jeden Knotens mit $E_i^s(H_i^s(\text{Min } d(v_i, v_j)))$ des jeweils approximierten Snowflake-Netzes zu vergleichen. Charakteristischerweise stellt sich hierbei heraus, daß sich der Entropiewert

$$E_i^s = \frac{2 r_i - 1}{r_i} \text{ld} r_i - \frac{2}{r_i^2} \sum_{v=1}^{r_i-1} v \text{ld} v \quad \left(r_i = \frac{a_i + 1}{2} \right) \quad (31)$$

(a_i ungerade)

¹⁵⁾ Auffallend ist bezüglich III und IV, daß trotz absolut wachsenden Informationsgehalts die tatsächliche relative Information abnimmt; gleichermaßen ist bemerkenswert, daß hinsichtlich der Kreise (II) das „Pendeln“ der Redundanzwerte dem entsprechenden Kurvenverlauf in der S-I-Ebene bei JAMES/CLIFF/HAGGETT/ORD, 1971 analog ist.

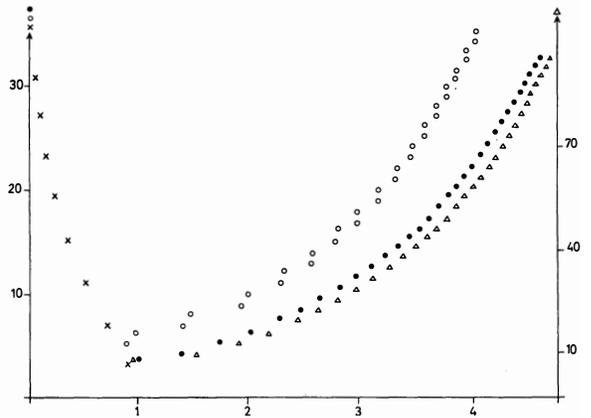


Abb. 17: Entropiewerte für die Netztypen I (x), II (o), III (●), IV (Δ)

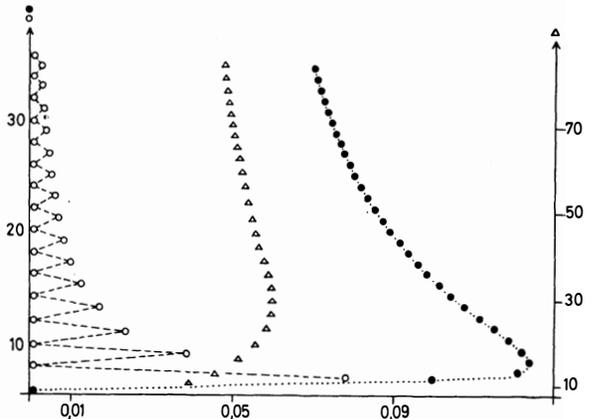
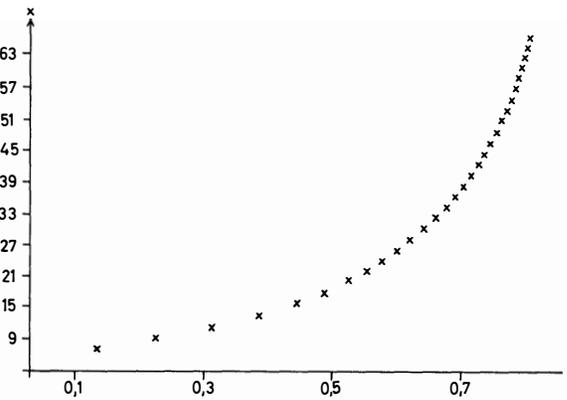


Abb. 18: Redundanzwerte für die Netztypen I (x), II (o), III (●), IV (Δ)

bzw.

$$E_i^s = \text{ld}(r_i^2 - r_i) - \frac{2}{r_i^2 - r_i} \sum_{v=1}^{r_i} v \text{ld} v \quad \left(r_i = \frac{a_i}{2} \right) \quad (31)$$

(a_i gerade)

als unabhängig von der betreffenden c-Struktur erweist;

$$M_i = 1 - E_i/E_i^s \quad (32)$$

wäre als Maß einer globalen Lagezentralität vorzuschlagen.

3.3. Bei den in den beiden letzten Abschnitten angeführten Methoden wurde jedoch die zugrundeliegende Matrix nur höchst selten als eine Einheit betrachtet und verarbeitet. Ebenso effektiv aber für die Erkenntnis immanenter Strukturen und die Betrachtung räumlicher Prozesse ist es, die Matrix insgesamt im Rahmen ihrer Ähnlichkeitsklassen eindeutig zu kennzeichnen. Dies leisten charakteristische Gleichung, deren Wurzeln als Eigenwerte und die zugehörige Menge von Eigenvektoren, deren Komponenten hinwiederum durch bestimmte Werte die Bedeutung einzelner Knoten festlegen.¹⁶⁾

Betrachten wir insbesondere den größten Eigenwert λ_{\max} von K (oder, und das gilt auch für die übrigen Fragestellungen, einer entsprechend bewerteten Matrix K^x) sowie den zugehörigen Eigenvektor, so erscheint dies jedoch lediglich als Erweiterung eines grundlegenden Ansatzes, der statt der Matrix K die zugehörige „Transition Matrix“ T mit $t_{ij} = k_{ij} / \sum_j k_{ij}$ benutzt und hierdurch

graphentheoretische Fragen mit der Theorie der Markoff'schen Ketten verknüpft.

Setzen wir wieder K als primitiv voraus, ist trivialerweise auch T primitiv und für die nun reguläre Markoff'sche Kette existiert $\lim T^v = T^x > 0$ mit lauter gleichen Zeilen $\tau = (t_1^x, \dots, t_n^x)$. Dieser sog. fixed point probability vector, der einen durch die Struktur des Netzes vorgegebenen immanent-theoretischen Gleichgewichtszustand beschreibt, ist jedoch im Sinne obigen Zusammenhangs nichts sonst, als der zu $\lambda_{\max} = 1$ gehörende Linkseigenvektor, also $\tau T = \tau$ (zu Verfahren zur Bestimmung von τ , vgl. ZURMÜHL, 1964; TINKLER, 1972a). Falls K zyklisch vom Grad 2 ist, so auch T, und es treten zwei Eigenvektoren maximalen Betrages auf, $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = -1$. Entsprechend existiert $\lim T^v$ nicht; doch wird in der Theorie der zyklischen Markoff'schen Ketten in diesen Fällen die sog. Euler-Konvergenz (vgl. KEMENY/SNELL, 1960) betrachtet, um auch in hier Gleichgewichtszustände kennzeichnen zu können.

Darüber hinaus jedoch sollte deutlich werden, daß auch und gerade bei den doch durch starke gegenseitige und übergeordnete Abhängigkeiten gekennzeichneten

¹⁶⁾ Kurz gesagt handelt es sich also darum, ausgehend von der Matrix K die Skalarwerte λ_i und die Vektoren ϱ zu finden, die die Gleichung

$$\varrho \cdot K = \lambda_i \varrho \quad (33)$$

erfüllen, oder, mit der Einheitsmatrix I, für die

$$\varrho \cdot (K - \lambda_i \cdot I) = 0 \quad (33')$$

gilt; die Lösungen aus der sog. charakteristischen Gleichung

$$\det(K - \lambda_i I) = 0 \quad (34)$$

bestimmen dann durch das Gleichungssystem

$$\varrho \cdot (K - \lambda_i I) = 0 \quad (35)$$

die zugehörigen Eigenvektoren.

¹⁷⁾ Allgemein lassen sich die Eigenwerte für Graphen ohne Kreise aus $\lambda_\sigma = 2 \cos \frac{\sigma \cdot \pi}{v+1}$ bestimmen; die für Kreise berechnen sich aus $\lambda_\sigma = 2 \cos 2\pi \sigma / v$ ($\sigma = 1, \dots, v$).

Verkehrnetzen zunächst Eigenwerte sämtlichen Betrages betrachtet werden müssen (TINKLER, 1972a).

3.4. Abschließend einige Hinweise auf Möglichkeiten der Gliederung eines gegebenen Netzes in Subnetze.

Zum einen erscheint es praktikabel, von der Matrix A^x und einer vorgegebenen Bewertung der Knotenelemente auszugehen, die über einen ebenfalls vorgegebenen Algorithmus eine gegenseitige Zuordnung der Knoten entsprechend den Werten a_{ij} gestattet (vgl. NYSTUEN/DACEY, 1961 mit bewerteter Matrix).

Andererseits werden die betrachteten Eigenvektoren selbst als „Regionalisierungsinstrument“ bezüglich unterschiedlichster Subregionen und unterschiedlichsten Erklärungszusammenhangs herangezogen (vgl. GOULD, 1967; CARTER, 1969). Der fixed point probability vector einer Markoff-Ketten-Analyse kann darüberhinaus zur Konstruktion einer neuen Matrix M (mean first passage time matrix)¹⁸⁾ verhelfen, deren Elemente m_{ij} ein Maß für die mittlere Anzahl von Schritten darstellen, zum erstenmal von Knoten v_i zu Knoten v_j zu gelangen; $m_i = \sum_j m_{ij}$ erlaubt eine Typisierung der Knoten hin-

sichtlich ihrer Stellung im Netzzusammenhang, während die m_{ij} selbst, interpretiert als „Distanz“-Werte, mittels bekannter Regionalisierungsverfahren verarbeitet werden können. Schließlich ist natürlich auch die Anwendung der Methoden der Faktorenanalyse möglich und sinnvoll, zumal man sich bei geeigneter Gewichtung der oben beschriebenen Eigenvektoren praktisch schon in einer Hauptkomponentenanalyse befinden (vgl. GOULD, 1967; TINKLER, 1972a). Immerhin ist jedoch daran zu erinnern, daß wir bislang keinerlei Korrelationsmatrizen betrachtet haben (vgl. die Beispiele GOULD, 1967; GARISON/MARBLE, 1963; GAUTHIER, 1968).

TINKLER, 1972a, schlägt entsprechend vor, von den aus der ursprünglichen Binärmatrix bestimmten Koeffizienten

$$q_{ij} = \frac{r_{ij} - r'_{ij}}{n} \quad (36)$$

r_{ij} = Anzahl der paarweisen Übereinstimmungen der i-ten Zeilen- und j-ten Spaltenelementen der Matrix K

$$r'_{ij} = n - r_{ij}$$

n = Anzahl aller Paare

bzw. der zugehörigen Matrix $Q = (q_{ij})$ auszugehen.

Es ist vielleicht aber überhaupt angebrachter, nicht von K, sondern wiederum von A^x auszugehen. Die Versuche des Verf. z. B., die Spaltenelemente der Matrix A^x jeweils etwa hinsichtlich ihrer Rangordnung zu betrachten, zwischen je zwei Spalten Rangkorrelationskoeffizienten zu berechnen und die entsprechende Matrix R^x einer

¹⁸⁾ Es ist: $M = (I - Z + E^x Z') D$

$$\begin{aligned} & \text{mit} \\ Z &= (I - (T - \begin{pmatrix} \vdots \\ \tau \end{pmatrix}))^{-1} & E^x &= \begin{pmatrix} \vdots \\ \tau \end{pmatrix} (1, \dots, 1) \\ Z' &= \begin{pmatrix} Z_{11} & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & Z_{nn} \end{pmatrix} & D &= \begin{pmatrix} 1/t_1^x & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 1/t_n^x \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Faktorenanalyse zu unterwerfen, erbrachten (bezüglich Beispiel 1a) immerhin eine Varianzerklärung von 86,77% (6 Faktoren), sowie über die Faktorenladungen eine brauchbare, allerdings nicht disjunkte Aufteilung des Netzes.

Zusammengenommen erweisen sich bei einem Vergleich für die direkte Analyse Möglichkeiten klarer, vielleicht überstarker Regionalisierung, für die Hauptkomponentenanalyse etwas realistischere Bezüge, doch kann das hier nicht weiter verfolgt werden, ebenso wie auf die abschließende kanonische Analyse bei GAUTHIER, 1968 wie auch die Versuche GOULDS (GOULD, 1967) zum Ansatz einer Charakterisierung der Gesamtorientierung von Netzen nur hingewiesen werden kann.

4. Es erscheint abschließend natürlich selbstverständlich, daß die hier einführend vorgestellten einfachen Verfahren zur quantitativen Beschreibung struktureller Gegebenheiten in Verkehrsnetzen nicht als Selbstzweck zu verstehen sind. Sicherlich müssen sich – soweit nicht schon in einer Reihe von Einzelstudien geschehen – die erwähnten Methoden im Sinne eines auf Erkennen, Unterscheiden und Auswerten räumlicher Strukturen bezüglich räumlicher Konsequenzen gerichtetes Geographieverständnisses und im Hinblick auf ihre „Brauchbarkeit“ legitimieren. Dennoch halten wir es nicht für angebracht, die geographische Relevanz derartiger Untersuchungen im Sinne ihrer konkreten Objektbezogenheit zumindest gleich schon im Demonstrationsstadium zu interpretieren und Überlegungen der vorangegangenen Art eben ausschließlich im Rahmen einer „angewandten“ Geographie rechtfertigen zu wollen¹⁹⁾. Problematiken dieser Art würden jedoch hier zu weit führen und wir verweisen nur auf entsprechende Überlegungen bei KANSKY, 1963. Immerhin wird hier doch deutlich, daß sich Verwertbarkeit oder Effektivität im obigen Sinne eher als ein logisches denn ein empirisches Problem erweist.

Literatur

- ABLER, R./ADAMS, J./GOULD, P.: Spatial Organisation – the Geographer's View of the World; London, 1972.
- ALAO, N.: A Note on the Solution Matrix of a Network. In: Geographical Analysis, II, 1970, S. 83–88.
- : Some Aspects of Network Theory. In: Geographia Polonia, 25, 1973, S. 107–137.
- BROWN, L./ODLAND, J./GOLLEDGE, R. G.: Migration, Functional Distance and the Urban Hierarchy. In: Econ. Geogr., 1970, S. 472–485.
- BUSACKER, R./SAATY, TH.: Endliche Graphen und Netzwerke; München, 1968.
- CARTER, F. W.: An Analysis of the Medieval Serbian Oecumene: a Theoretical Approach; In: Geografiska Analer, 51 B, 1969, S. 39–56.
- COLLATZ, L./SINOGOWITZ, U.: Spektren endlicher Graphen; Abh. a. d. Math. Sem. d. Univ. Hamburg, 1957, S. 63–77.
- CUMMINGS, L. P.: The Structure of Networks and Network Flows; Diss., Iowa State Univ., 1967.
- CUMMINGS, L. P./MANLY, B. J./WEINAND, H. C.: Measuring Association in Link-Node Problems; In: Geoforum, 13, 1973, S. 43–51.
- DEBREU, G./HERSTEIN, I. N.: Nonnegative Square Matrices; In: Econometrica, 1953, S. 597–607.
- DÖRFLER, W./MÜHLBACHER, D.: Graphentheorie für Informatiker; Sammlung Götschen, Bd. 6016, 1972.
- FRANZ, W.: Topologie, Bd. 1; Berlin, 1965.
- GANTMACHER, F. R.: Matrizenrechnung, II; Berlin (Ost), 1971.
- GARRISON, W. L.: Connectivity of the Interstate Highway System. In: Papers of the Regional Science, 6, 1960, S. 121–137.
- GARRISON, W. L./MARBLE, D. F.: Factor-Analytic Study of the Connectivity of a Transportation Network. In: Papers . . . , 12, 1963, S. 231–238.
- GAUTHIER, H. L.: Transportation and the Growth of the Sao Paulo Economy. In: Journal of Regional Science, 8, 1968, S. 77–94.
- GOULD, P. R.: On the Geographical Interpretation of Eigenvalues; In: Transactions, Inst. of British Geographer, 42, 1967, S. 53–86.
- GUNZENHÄUSER, R.: Ästhetisches Maß und ästhetische Information: Quickborn, 1962.
- GUREVICH, B. L.: Geographical Differentiation and its Measures in a Discrete System. In: Soviet Geography, Rev. & Transl., Sept. 1969, S. 387–413.
- HAGGETT, P./CHORLEY, R.: Network Analysis in Geography; London, 1969.
- HARARY, FR.: Graphs and Matrices. In: SIAM Review, 1967, 1, S. 83–90.
- HAY, A. M.: Connection and Orientation in three West Africa Road Networks. In: Regional Studies, 5, No. 4, S. 315–319 (1972).
- HAYNES, R./IP, P.: Population, Economic Development and the Structure of Transportation in the Province of Quebec, Canada; In: TESSG, 1971, S. 356–363.
- JAMES, G./CLIFF, A./HAGGETT, P./ORD, J.: Some Discrete Distributions for Graphs with Applications to Regional Transport Networks. In: Geografiska Analer, 52 B, 1970, S. 14–21.
- KANSKY, K.: Structure of Transportation Networks; Chicago, Research Paper, 84, 1963.
- KATZ, W.: A New Status Index Derived from Sociometric Analysis; In: Psychometrica, 18, 1953, S. 39–43.
- KAUFMANN, A.: Einführung in die Graphentheorie; München, 1971.
- KEMANY, J. G./SNELL, J. L.: Finite Markov Chains; New York, 1960.
- KOWALSKY, H.-J.: Lineare Algebra; 3. Aufl., Berlin, 1907.
- MACKINNON, R./HODGSON, M. J.: Optimal Transportation Networks: a Case Study of Highway Systems; In: Environment and Planning, 2, 1970, S. 267–284.

¹⁹⁾ „In der vorliegenden Studie werden daher im Sinne der angewandten Verkehrsgeographie die netztheoretischen Erkenntnisse auf das niedersächsische Eisenbahnnetz angewandt“ (VETTER, 1970, S. 7). „Ob die Aufstellung solcher theoretischer Netzkonzepte für die Wirklichkeit einen Nutzen bringt, scheint allerdings fraglich“ (SCHLIEPNAKE, 1973, S. 29).

- MORLEY, C./THORNES, I.: A Markov Decision Modell for Network Flows. In: *Geographical Analysis*, 4, 1972, S. 180–193.
- NYSTUEN, J./DACEY, M.: A Graph Theory Interpretation of Nodal Regions. In: *Papers . . .*, 7, 1961, S. 29–42.
- PITTS, F.: A Graph Theoretical Approach to Historical Geography. In: *Prof. Geographer*, 17, 1965, S. 15–20.
- ROGERS, A.: Matrix Analysis of Interregional Population Growth and Distribution; In: *Papers, Reg. Science*, 18, 1966, S. 177–196.
- : *Matrix Methods in Urban and Regional Analysis*; London, 1971.
- SCHLIEPHAKE, K.: *Geographische Erfassung des Verkehrs; Gießener Geogr. Schriften*, H. 28, 1973.
- SEMPLE, R./WANG, L.: A Geographical Analysis of Changing Redundancy in Inter-Urban Transportation Links. In: *Geographica Analer*, 53 B, 1971, S. 1–5.
- SHANNON, C./WEAVER, W.: *The Mathematical Theory of Communication*; Urbana, 1949.
- SHIMBEL, A.: Structural Parameters in Communication Networks. In: *Bull. of Math. Biophysics*, 15, 1953, S. 501–507.
- STUTZ, FR.: Accessibility and the Effect of Scalar Variation on the Powered Transportation Connection Matrix; In: *Geogr. Analysis*, 1973, S. 61–66.
- TINKLER, R.: (a) The Physical Interpretation of Eigenfunctions of Dichotomus Matrices. In: *Transactions . . .*, 55, 1972, S. 17–46.
- : (b) Bounded Planar Networks: A Theory of Radial Structures. In: *Geographical Analysis*, 4, 1972, S. 5–33.
- ÜBERLA, K.: *Faktorenanalyse*; Berlin, 1968.
- VETTER, F.: *Netztheoretische Studien zum niedersächsischen Eisenbahnnetz; Abhandlungen des 1. Geogr. Inst. Berlin*, Bd. 15, Berlin, 1970.
- WERNER, C.: *Zur Geometrie von Verkehrsnetzen – die Beziehungen zwischen räumlicher Netzgestaltung und Wirtschaftlichkeit. Abhandl. des 1. Geogr. Inst. Berlin*, Bd. 10, Berlin, 1966.
- et. al.: *A Research Seminar in Theoretical Transportation Geography. In: HORTON, F.: Geographic Studies of Urban Transportation and Network Analysis; Northwestern Univ., Studies in Geography*, 1968, S. 128–172.
- WIELAND, H.: Unzerlegbare, nicht negative Matrizen. In: *Math. Zeitschr.*, 1950, S. 642–648.
- ZURMÜHL, R.: *Matrizen*; Berlin, 1964.

BUCHBESPRECHUNGEN

BECK, HANNO: *Germania in Pacifico. Der deutsche Anteil an der Erschließung des Pazifischen Beckens*. 95 S., 2 Abb. Akad. d. Wiss. und d. Lit. Mainz, Abh. Math.-Naturwiss. Kl., Jg. 1970, Nr. 3. Wiesbaden 1970. DM 16,-.

Die Arbeit steht von Anfang an unter dem Zwang zum Kompromiß: was ist zu verstehen unter „Pazifischen Becken“ und unter „Deutschem Anteil“ und wie weit soll und kann ins Einzelne gegangen werden, ohne daß das Ergebnis eine reine Bibliographie wird?

Die Behandlung des Themas berücksichtigt fünf Schwerpunkte: Japan; „Deutsche unter fremder Flagge“; Erforschung des deutschen Kolonialbesitzes; Anteil der deutschen Meereskunde; Einfluß der deutschen Geographie. Bemerkenswert ist die lebhaft und ertragreiche Forschungstätigkeit in der doch nur kurzen Zeit deutscher Kolonialherrschaft im melanesischen Bereich (S. 49–56).

Als Korrektur ist anzumerken: S. 59, Anm. 2: E. J. REINER ist Deutscher (und R. G. ROBBINS Neuseeländer) – es handelt sich nicht um das Quellgebiet des Sepik, sondern um das Land um den Mittel- bzw. Unterlauf des Flusses (östlich Ambunti).

Diese Zusammenstellung sollte als Grundlage einer umfassenden Behandlung des Themas durch den Verf. dienen!

ULRICH SCHWEINFURTH

RAIKOV, BORIS EVGEN'EVICH: *Karl Ernst von Baer 1792–1876. Sein Leben und sein Werk. Deutsche Übersetzung mit Anmerkungen und Register von HEINRICH VON KNORRE. Acta Historica Leopoldina*, Nr. 5; 516 S., 21 Abb., Register (S. 497–516), Johann Ambrosius Barth, Leipzig 1968, broschiert 68,- DM.

B. E. RAIKOV (1880–1966) hat seit 1948 an seiner 1961 russisch erschienenen Biographie des baltendeutschen Ge-

lehrten Karl Ernst v. Baer gearbeitet; dabei ist zu würdigen, daß er sich auf eigene Vorarbeiten stützen konnte. Dem auch geographiegeschichtlich bemerkenswerten Ergebnis darf uneingeschränkt der Ehrenname der wissenschaftlichen Biographie großen Stiles zugewilligt werden. Ein Meisterwerk mit einer Fülle geographischer Anregungen. Der Biologe Baer war vielseitig, z. B. ist er ein bemerkenswerter Vorläufer des Evolutionsdenkens gewesen, ebenso war er Physiogeograph und „kühner Forschungsreisender“ und erkannte das Problem „der Nutzbarmachung aller natürlichen Reichtümer Rußlands“ (S. 8). Das alles wird entwickelt von einem biographischen Bemühen, das „Raikovs Darstellungsweise in nahe Nachbarschaft zu der Kunst der großen russischen Epiker rückt“ (H. v. KNORRE).

Heinrich v. Knorre hat das Auf und Ab des oft tragischen Lebens des russischen Autors gekannt und taktvoll nachgezeichnet (S. 11ff.); ihm verdanken wir auch die kongeniale, dem Text verpflichtete Übersetzung, die uns Leben und Werk eines führenden Gelehrten leicht zugänglich werden läßt.

HANNO BECK

EGLI, EMIL: *Gespräch mit der Natur. Spracherbe in der Naturforschung*. 135 S., 42 Abb. Walter-Verlag, Olten u. Freiburg i. Br. 1971.

Die Geographie steht auch im Raketenzeitalter vor dem alten Problem, sich in der Sprache etablieren zu müssen, wenn sie sich nicht um ihre Wirkung bringen und sich selbst entfremden will. Nicht nur aus diesem Grunde sollte das vorbildliche Werk eines bekannten Schweizer Geographen beachtet werden. Es ist ein Musterstück moderner Typographie, das sich der bekannte Verlag selbst zum 50jährigen Jubiläum geschenkt hat. Die farbigen Abbildungen, darunter Farbstiche, sind Meisterleistungen heutiger Reproduktionstechnik, wie sie der Rez. in dieser Vollkommenheit